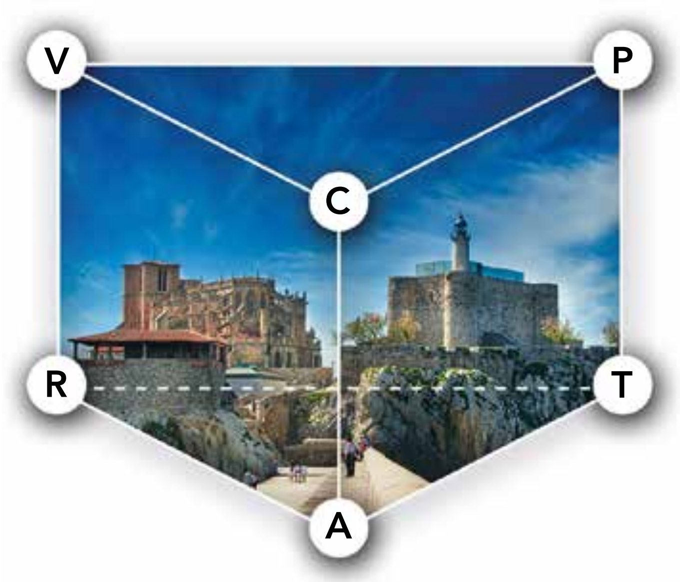
ETM8

Actas del Octavo Simposio sobre el Estudio del Trabajo Matemático

Actas ETM8 | Actes ETM8 | Proceedings ETM8



Steven Van Vaerenbergh, Laurent Vivier
Ferdinando Arzarello, Jesús Victoria Flores Salazar, Jorge Gaona Paredes, Patrick Gibel, Inés M. Gómez-Chacón, Alain Kuzniak, Michela Maschietto, Elizabeth Montoya Delgadillo, Assia Nechache, Konstantinos Nikolantonakis, Rosa Elvira Páez Murillo, Philippe R. Richard, M. Pilar Vélez, Fabienne Venant
(editores)

21-25 de octubre 2024
Castro Urdiales, España

Editorial
Universidad
Cantabria

Steven Van Vaerenbergh es Profesor Titular de Universidad en el área de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Cantabria. Su investigación se centra en la formación del profesorado de matemáticas, la atención a la diversidad y el uso de entornos tecnológicos para el desarrollo de metodologías de aprendizaje adaptadas. Ha publicado más de 40 artículos en revistas científicas con revisión por pares y ha presentado más de 60 contribuciones en congresos internacionales. Ha participado en diversos proyectos de investigación y transferencia y colabora activamente en comités científicos internacionales.

Laurent Vivier es profesor de Didáctica de la Matemática en la Universidad Paris Cité. Doctor en Matemáticas por la Universidad de Tours y con Habilitación para Dirigir Investigaciones (HDR) en Didáctica de la Matemática, ha desarrollado una intensa actividad investigadora y de formación doctoral, dirigiendo diez tesis doctorales y participando en numerosos tribunales internacionales. Colabora activamente en proyectos de investigación con instituciones de Chile, Canadá, España, México y Perú. Ha desempeñado responsabilidades científicas en múltiples congresos internacionales y es editor jefe de la revista *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Ha realizado aportaciones a la Teoría de los Espacios de Trabajo Matemático.

Actas / Actes / Proceedings

Octavo Simposio sobre el Estudio del Trabajo Matemático

Huitième Symposium d'Étude sur le Travail Mathématique

Eighth Symposium on the Study of Mathematical Work

Colección Difunde # 282

Actas / Actes / Proceedings

Octavo Simposio sobre el Estudio del Trabajo Matemático
Huitième Symposium d'Étude sur le Travail Mathématique
Eighth Symposium on the Study of Mathematical Work

Steven Van Vaerenbergh
Laurent Vivier
Ferdinando Arzarello
Jesús Victoria Flores Salazar
Jorge Gaona Paredes
Patrick Gibel
Inés M. Gómez-Chacón
Alain Kuzniak
Michela Maschietto
Elizabeth Montoya Delgadillo
Assia Nechache
Konstantinos Nikolantonakis
Rosa Elvira Páez Murillo
Philippe R. Richard
M. Pilar Vélez
Fabienne Venant
(editores)

Editorial
Universidad
Cantabria

Simposio sobre el Estudio del Trabajo Matemático (8º : 2024 : Castro Urdiales), autor

ETM8 : actas del octavo Simposio sobre el Estudio del Trabajo Matemático : actas ETM8 = actes ETM8 = proceedings ETM8 : 21-25 de octubre 2024, Castro Urdiales, España / Steven Van Vaerenbergh, Laurent Vivier [y otros catorce] (editores). – Santander : Editorial de la Universidad de Cantabria, 2026.

589 páginas : ilustraciones. – (Difunde ; 282)

Textos en español, francés e inglés.

ISBN 978-84-19897-40-4

1. Matemáticas-Didáctica-Congresos. I. Van Vaerenbergh, Steven, editor de compilación. II. Vivier, Laurent, editor de compilación. III. Octavo Simposio sobre el Estudio del Trabajo Matemático. IV. Huitième Symposium d'Étude sur le Travail Mathématique. V. Eighth Symposium on the Study of Mathematical Work.

51:37.02(063)

THEMA: YPM, PB, UYQ, GT, 4C

Digitalización: Manuel Ángel Ortiz Velasco [emeaov]

ISBN: 978-84-19897-40-4 (PDF)

DOI: https://doi.org/10.22429/Euc2026.005

Hecho en España-*Made in Spain*

Santander, 2026

Índice / Table des Matières / Table of Contents

SESSIONS DE LABORATOIRE AVEC LES MACHINES MATHÉMATIQUES POUR LES TRANSFORMATIONS GÉOMÉTRIQUES AU COLLÈGE

Beatrice Battilani, Michela Maschietto

Università di Modena e Reggio Emilia, Laboratorio delle macchine matematiche, beatrice.battilani@unimore.it, michela.maschietto@unimore.it

Dans cette communication nous présentons le déroulement et l'analyse de sessions de laboratoire avec les machines mathématiques avec des élèves de niveau collège. Ces sessions ont été conduite dans la salle des machines mathématiques auprès du musée de l'Université de Modena e Reggio Emilia. Notre objectif est de contribuer à la discussion sur l'introduction et l'utilisation des artefacts matériels, concernant les transformations géométriques du plan dans ce cas particulier, en s'appuyant sur les cadres théoriques de la médiation sémiotique et des ETM.

INTRODUCTION

Cet article se propose de contribuer au débat sur « *l'introduction et à l'utilisation des artefacts, tant matériels qu'informatiques, en relation avec les manipulations et les gestes associés, aux aspects sémiotiques présents dans l'artefact et aux différentes formes de discours* », en accord la description du Thème 2. En particulier, les exemples proposés concernent des artefacts matériels, nommés « machines mathématiques », pour les transformations géométriques du plan.

Le but de cette communication est de discuter l'analyse du travail effectué par les élèves pendant une session de laboratoire avec les machines dans le contexte extrascolaire du musée, selon le cadre des ETM (Kuzniak, 2022). En particulier, il nous intéresse travailler les questions concernant quelles genèses sont activées par les élèves dans les diverses questions des fiches de travail et quelles sont les interactions entre les plans du modèle des ETM en investiguant la découverte, la communication et le raisonnement.

Cette contribution se compose de cinq parties : dans la première partie, on présente les machines mathématiques, l'idée de laboratoire de mathématique et la structure des séances au musée ; la deuxième partie contient des éléments des cadres théoriques ; la troisième partie contient notre analyse et les conclusions suivent.

MACHINES MATHEMATIQUES ET LABORATOIRE DE MATHEMATIQUES

Les machines mathématiques

Les machines mathématiques sont des artefacts géométriques qui évoquent des contenus mathématiques ; elles concernent, par exemple, les transformations géométriques du plan, les sections coniques et la perspective. Une machine mathématique peut donc être un traceur de courbe, un système articulé pour les transformations géométriques ou un perspectographe pour dessiner en perspective. Elles ont été construites avec un but didactique, mais elles ont un lien étroit avec l'histoire des mathématiques et le développement des mathématiques elles-mêmes (Bartolini et Maschietto, 2006). Elles constituent la Collection Machines Mathématiques du Système des Musées et Jardin Botanique de l'Université de Modena e Reggio Emilia, où se déroulent également les laboratoires.

Les machines pour les transformations géométriques sont composées de tiges formant des quadrilatères articulés dans la plupart des cas ; les quadrilatères sont placés sur une base en bois avec contraints divers selon la transformation qui réalisent. La machine utilisée dans l'expérimentation que l'on va analyser dans cette contribution est le biellisme pour la symétrie orthogonale (Figure 1). Elle est composée d'un losange articulé et d'un plan en bois avec une fente ; deux sommets opposés du losange (A et B dans la Figure 1, au centre) sont contraints à glisser le long de la fente, tandis que les deux autres sommets (P et Q dans la Figure 1, au centre) sont libres d'être déplacés sur le plan en bois. Les deux sommets libres, P e Q, se correspondent dans une symétrie orthogonale ayant la fente comme axe (droite [s], dans la Figure 1, au centre) : le segment PQ est perpendiculaire à la droite [s] et les deux points Pet Q sont à la même distance de la droite, grâce à la propriété des diagonales du losange.

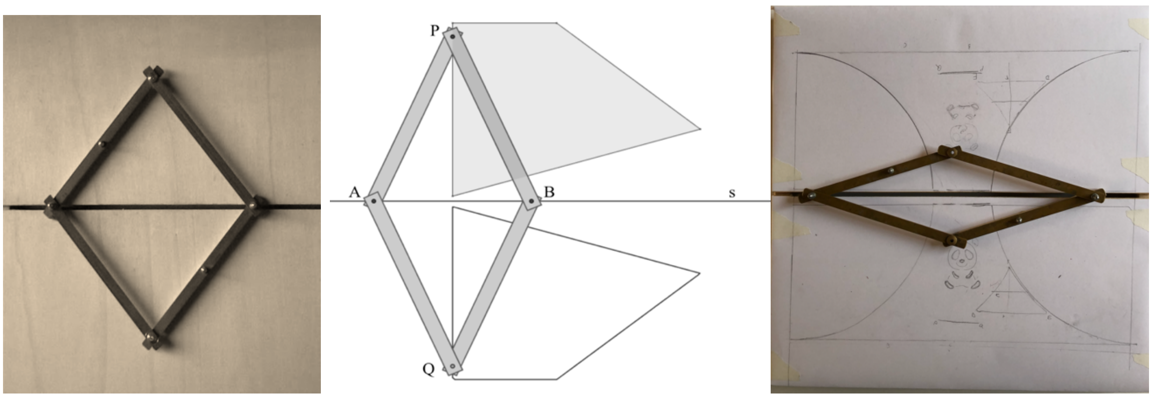


Figure 1. Machine mathématique pour la symétrie orthogonale.

Les deux points P e Q sono appelés « pointeur » et « traceur ». Le point traceur correspond au point image du point pointeur : dans l'utilisation de la machine, quand on déplace le pointeur sur le plan, le traceur suit un mouvement obligé. Quand des mines de crayon sont placées dans les trous correspondant aux points P et Q, la machine trace deux images symétriques. Les rôles des points P e Q peuvent s'échanger. La machine travaille localement : elle fait correspondre deux sous-ensembles du plan (Figure 1, à droite).

Les machines mathématiques sont proposées aux élèves de l'enseignement secondaire dans le cadre du laboratoire de mathématiques.

Le laboratoire de mathématiques dans l'école italienne

L'idée de laboratoire de mathématiques a été reprise à des moments divers dans les réflexions sur l'enseignement des mathématiques (Maschietto & Trouche, 2010). Dans les références pour l'enseignement en Italie, le laboratoire de mathématiques a été proposé dans les documents de la Commission de l'Union Mathématique Italienne (UMI-CIIM) chargée de la rédaction d'indications pour le curriculum des mathématiques pour tout niveau scolaire. Dans le document UMI-CIIM pour l'enseignement secondaire (AA.VV., 2004), le laboratoire de mathématiques est défini « *comme une série de suggestions méthodologiques* » finalisées à la construction de significations mathématiques. Il est caractérisé par le recours aux outils (par exemple, logiciels, calculatrices, objets manipulables, ...) dans le travail mathématique et par l'interaction entre pairs (élèves) et avec l'expert (enseignant).

L'attention sur le laboratoire est portée dans les Indications Nationales[24] pour le curriculum de mathématiques pour l'école élémentaire, le collège et le lycée. Une approche active ainsi que la manipulation sont des éléments à prendre en compte pour soutenir l'apprentissage des élèves et une meilleure perception de cette discipline souvent considérée difficile.

Structure d'une session de laboratoire avec les machines mathématiques au musée

Depuis plusieurs années, le Laboratoire des machines mathématiques (www.mmlab.unimore.it) suit des expérimentations didactiques sur l'implémentation de la méthodologie du laboratoire des mathématiques dans les classes du primaire et secondaire ; en même temps, on propose et gère des séances de laboratoire dans ses locaux à l'Université pour les classes du secondaire, surtout lycée (Maschietto, 2020). En général, la structure de ces séances comprend un premier moment de présentation du travail à effectuer et d'explication des termes présents dans les fiches de travail, suivi d'une phase de travail en petits groupes avec les machines guidée par des fiches. La troisième phase qui suit consiste en un moment de partage du travail fait, géré par l'animateur du laboratoire. L'expérience se termine par la visite de l'exposition « *Macchine, meccanica e matematica* » installée dans les locaux où se déroulent la séance[25]. Chaque séance dure environ deux heures, sur les thèmes des sections coniques (Maschietto, 2020) et des transformations géométriques (Maschietto, 2018). Jusqu'à il y a deux ans, les classes en visite étaient toutes classes de lycée ; à partir de l'année scolaire 2022/23 nous avons commencé à accueillir des classes de collège. Les séances qui sont présenté dans cette contribution concernent précisément des classes du collège sur le thème des transformations géométriques, en particulier les classes de cinquième (élèves de 12/13 ans) qui ont ce thème dans leur programme.

Le changement de niveau scolaire, du lycée au collège, a impliqué un travail de révision des fiches de travail proposées aux élèves. Au cours de l'année scolaire 2022/23, une séance de laboratoire avec les machines mathématiques réalisant l'homothétie, la symétrie centrale et la symétrie axiale a été structurée et expérimentée, tandis que dans

[24] https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254_2012.pdf; https://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/licei2010/indicazioni_nuovo_impaginato/_decreto_indicazioni_nazionali.pdf

[25] https://www.macchinematematiche.org/macchine-meccanica-e-matematica.html, en italien

l'année scolaire 2023/24 nous nous sommes concentrées sur la symétrie axiale qui a été expérimentée dans six classes de niveau cinquième

Le travail de révision a porté sur l'organisation globale des questions pour le travail en petits groupe avec la machine ; plus précisément, les questions ont été réparties en deux fiches et reformulées pour les rendre de plus en plus adaptées spécifiquement aux élèves de cinquième, en termes de langage et de connaissances disponibles. Nous avons aussi prévu du matériel (gabarits) pour rendre plus facile dessiner les figures et crée des affiches avec des exemples des isométries et de l'homothétie pour solliciter les images mentales des élèves. Le conducteur du laboratoire a géré des moments des partages des réponses aux questions entre la première et la seconde fiche. Dans la dernière activité, les élèves doivent décider quelles figures et leurs transformées pouvaient être obtenues par la machine explorée (dans le cas du travail sur la seule symétrie axiale, ils devaient identifier les images symétriques parmi des images représentantes des transformations géométriques, Figure 7).

Les fiches remplies par les élèves sont laissées aux enseignants, offrant la possibilité de reprendre et de poursuivre le travail en classe, afin que l'expérience ne se limite pas à la séance au musée. Quelque temps après les séances, nous avons proposé un questionnaire d'évaluation de l'expérience, ce qui nous a permis de recueillir de feedback utile pour une révision successive.

REFERENCES THEORIQUES

La Théorie de la Médiation Sémiotique

La référence théorique principale pour la structuration de parcours didactiques aves les machines mathématiques (Maschietto, 2020) est la Théorie de la Médiation Sémiotique (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). L'idée fondante est que l'enseignant utilise un artefact comme outil pour faire la médiation de concepts mathématiques embarqués dans l'artefact et émergeant de son utilisation (Figure 2, à gauche). Pour cela, l'artefact est choisi en accord avec l'analyse de son potentiel sémiotique, strictement lié au niveau des élèves et aux objectifs didactiques. Les activités avec l'artefact s'articulent avec des activités individuelles et des discussions collectives, toutes composant un cycle didactique (Figure 2, à droite). Dans ces dernières, par exemple, l'enseignant soutient l'évolution des signes produits dans le travail avec l'artefact vers des signes mathématiques, ce qui permet d'accéder au savoir mathématiques en jeu.

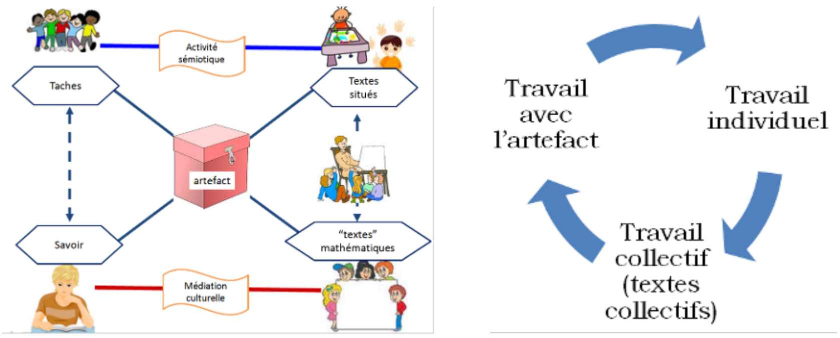


Figure 2. Schéma de la Théorie de la Médiation Sémiotique et son cycle didactique.

Le travail des élèves avec l'artefacts est organisé par des fiches structurées en accord avec des questions qui caractérisent en général l'exploration des artefacts (1. *Comment est-il fait ?* 2. *Que fait-il ? Comment fonctionne-t-il ?* 3. *Pourquoi* ? 4. *Que se passe-t-il si... ?* Bartolini Bussi *et al.*, 2011). Les premières questions relèvent de l'approche instrumentale (Verillon & Rabardel, 1995), dans le sens que l'on prendre en compte de soutenir la genèse instrumentale des élèves.

Dans le cas des sessions au musée, il n'y a pas de travail individuel dans le cycle didactique ; le travail est collectif, différent de ce qui pourrait se passer en classe avec l'enseignant, étant donné qu'il y a une relation différente avec l'animateur connu uniquement à cette occasion, des lieux et contextes différents et une durée réduite. Cela pose des questions sur le processus d'évolution des signes produit avec l'artefact.

La théorie des ETM

Dans cette contribution, il nous a paru intéressant et enrichissant d'analyser le travail effectué par les élèves du collège pendant une séance de laboratoire sur la symétrie axiale en se référant au cadre des ETM (Kuzniak, 2022), sollicitées par Flores Salazar *et al.* (2022) qui considèrent que « *in the mathematical machine there is an attempt to represent an object and a property by means of an executable process* » (p.178).

La théorie des ETM permet d'analyser le travail mathématique par rapport à deux plans (Figure 3), épistémologique et cognitif, en se référant à trois genèses qui relie les plans et leurs composantes. La genèse sémiotique concerne l'interprétation des signes mathématiques et la visualisation ; la genèse instrumentale concerne la construction cognitive d'un instrument à partir d'un artefact, c'est-à-dire l'appropriation d'un artefact et le choix d'un artefact pour effectuer des actions spécifiques ; la genèse discursive, par laquelle les propriétés mathématiques deviennent disponibles pour justifier et valider. Ce cadre théorique soutient l'observation et l'analyse de la découverte, de la communication, du raisonnement et de la validation construits lors des sessions de laboratoire, en s'appuyant sur les différents plans définis par les interactions entre les genèses ([Sém-Ins], [Sém-Dis] et [Ins-Dis]).

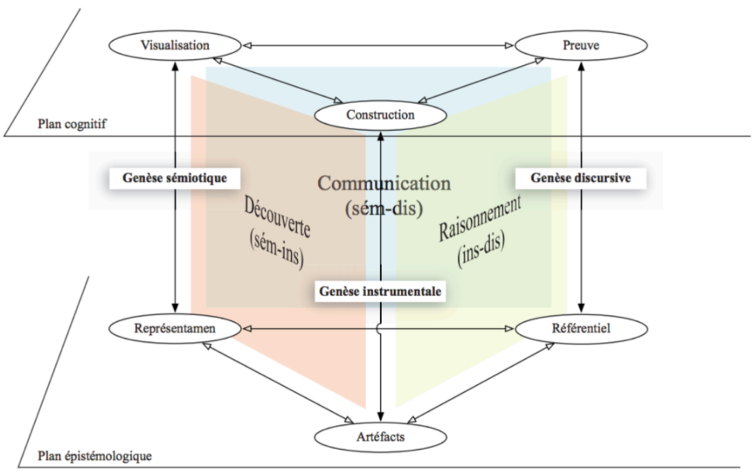


Figure 3. Les genèses et les plans verticaux dans l'ETM.

QUESTION DE RECHERCHE

En se référant à la séance de laboratoire avec les machines mathématiques décrite ci-dessus pour les classes de collège, nous nous demandons quelles genèses sont activées par les élèves dans les diverses questions des fiches et quelles sont les interactions entre les trois plans. Le problème auquel les élèves sont confrontés dans une séance de laboratoire est le suivant : quelle transformation géométrique du plan réalise-t-elle la machine mathématique donnée ?

ANALYSE

Dans le plan épistémologique (Figure 3) nous identifions comme artefacts la machine pour la symétrie orthogonale (Figure 1). Le référentiel est constitué par les propriétés des figures géométriques, en particulier des quadrilatères, et peut-être par les connaissances de la symétrie orthogonale.

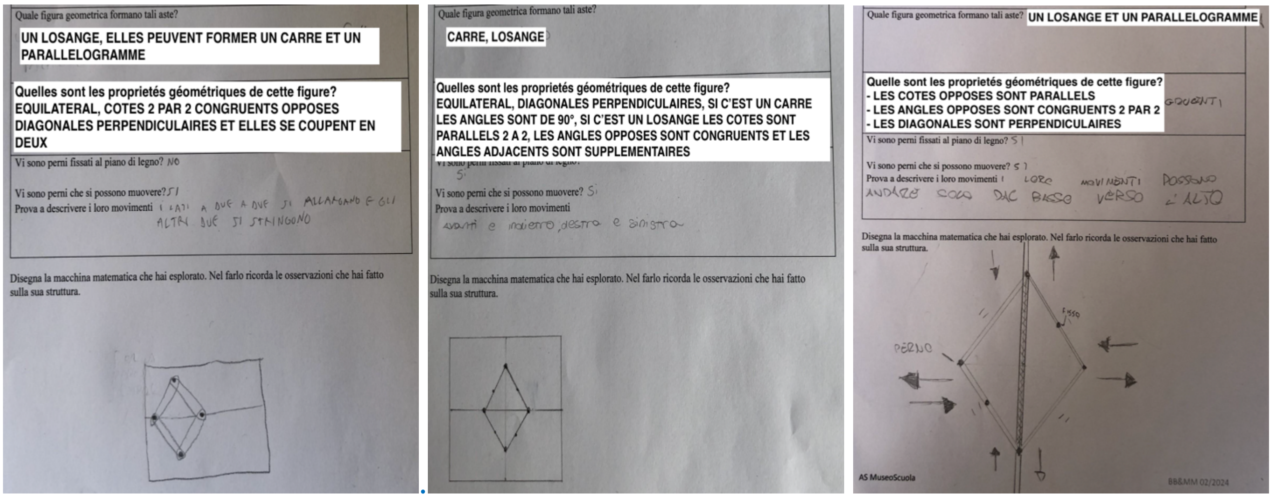
Les données sur lesquels se fonde notre analyse dans cette contribution sont constitués par les fiches de travail remplies par les élèves pendant le travail en petits groupes, les dessins produits et sur les observations des animateurs. Nous n’avons pas eu la possibilité d’enregistrer les séances.

Dans l’analyse, nous avons distingué le travail sur les deux fiches et l’activité finale.

Analyse de la première fiche

Les questions de la première fiche (Figure 4) concernent la description de la structure de la machine. En particulier, elles demandent d’identifier quelle est la figure géométrique représentée par le quadrilatère articulé de la machine et d’expliciter les propriétés de cette figure. C’est la genèse sémiotique qui est activée, correspondant à l’interprétation de signes offerts par la machine, dans le sens du plan épistémologique au plan cognitif. Les élèves répondent presque toujours en identifiant les différentes figures que l’on peut obtenir par le système articulé à travers ses déformations, c’est-à-dire non seulement le losange mais aussi le carré et le parallélogramme (Figure 4). Cela repose sur une classification exclusive des quadrilatères, même si la question demande « *quelle figure...* ». On demande ensuite d’écrire les propriétés géométriques de la figure formée par les tiges ; cette question est posée pour porter l’attention sur la figure, car ses propriétés sont à la base du fonctionnement de la machine pour la symétrie. Notons que plusieurs élèves demandent à l’animateur d’expliquer l’expression “propriétés géométriques” présente dans la fiche.

La dernière question de la fiche demande de « *Dessine la machine mathématique que tu as exploré. Rappelle-toi les observations sur sua structure* ». Elle active la genèse sémiotique dans le sens opposé par rapport aux questions précédentes, c’est-à-dire du plan cognitif au plan épistémologique, puisqu'elle induit à produire des signes nouveaux. Ces questions pourraient être interprétées en termes de tâche de description et reproduction de figures, pour lesquelles Michot et Braconne-Michoux (2019) ont proposé une analyse par rapport au plan [Sém-Ins]. En effet, pour le dessin de la machine les élèves peuvent utiliser la règle, qui ont d’ailleurs déjà utilisé pour mesurer la longueur des tiges. Aucun a demandé d’autre instruments.



Groupe A **Groupe B** **Groupe C**

Figure 4. La première fiche remplie pendant le travail en petit group.

Les représentations des machines peuvent être distinguées en trois typologies : représentations réalistiques de la machine, avec les tiges et les pivots, avec (Figure 4, Groupe A) ou sans la base de la machine ; représentations du losange sans références à l’épaisseur des tiges avec (Figure 4, Groupe B) ou sans la base de la machine ; représentations des mouvements du losange articulé (Figure 4, Groupe C) sans la base de la machine ; représentations en perspective. Dans presque aucun cas, la figure dessinée n'est réellement un losange, c’est-à-dire que les élèves ne construisent pas de figure avec des côtés congruents, même si cette propriété a été écrite sur la feuille. Les représentations fournies sont donc discordantes. Dans certains groups, cette phase dédiée à la représentation graphique prend un certain temps.

Entre la première et la deuxième fiche, l’animateur demande de partager les réponses aux différentes questions de la première fiche. D’un côté, puisque les fiches sont conçues pour être abordées par des élèves ayant des connaissances sur les transformations géométriques du niveau école primaire et que l'animateur ne connaît pas les élèves, ce moment permet à l’animateur de faire partager les termes utilisés (par exemple, figures égales vs figures congruentes), les connaissances mobilisées et les notions utiles pour la deuxième fiche. De l’autre côté, on pourrait dire que l’animateur soutient ainsi davantage la genèse sémiotique des étudiants.

Analyse de la deuxième fiche

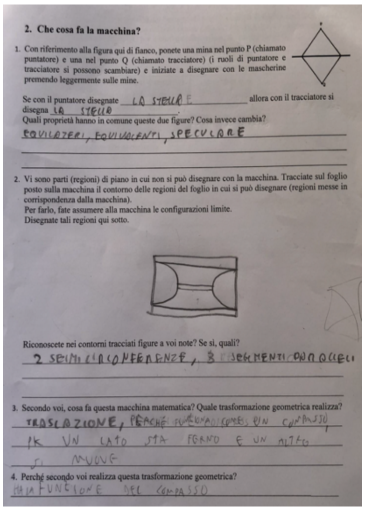
Les questions de la deuxième fiche (Figure 6) activent la genèse instrumentale par l’utilisation de la machine pour produire des dessins symétriques (Figure 1, à droite). Dans la fiche, on suggère comment utiliser la machine après avoir fixé un gabarit sur le plan : placer deux mines de crayon dans les trous en correspondance des points P et

Q, suivre le contour du gabarit avec une mine et faire dessiner l'autre en suivant les mouvements du système (Figure 5).

Figure 5. Dessiner avec la machine.

La fiche demande aussi d'interpréter/reconnaître les relations entre les dessins obtenus. Ainsi c'est une autre genèse sémiotique qui s'active, cette fois-ci sur les signes produits par la machine. Cela, avec les gestes performés dans l'utilisation de la machine, active les interactions entre les genèses dans le plan [Sém-Ins] en impliquant les étudiants dans la découverte.

Dans les réponses, des termes caractérisant les figures symétriques apparaissent (« *équivalents* », « *en miroir* », « *même périmètre* »), ainsi que descriptions des figures (« *le feu dessiné en suivant le gabarit est vers le haut, tandis que le feu dessiné sur la feuille vers le bas. Ils sont congruents* », Figure 6, Groupe B).



2. Che cosa fa la macchina?

1. Con riferimento alla figura qui di fianco, ponete una mina nel punto P (chiamato puntatore) e una nel punto Q (chiamato tracciatore) (i ruoli di puntatore e tracciatore si possono scambiare) e iniziate a disegnare con le mascherine premendo leggermente sulle mine.

Se con il puntatore disegnate LA STELLA E allora con il tracciatore si disegna LA STELLA.
Quali proprietà hanno in comune queste due figure? Cosa invece cambia?
EQUILATERI, EQUIVALENTI, SPECULARE

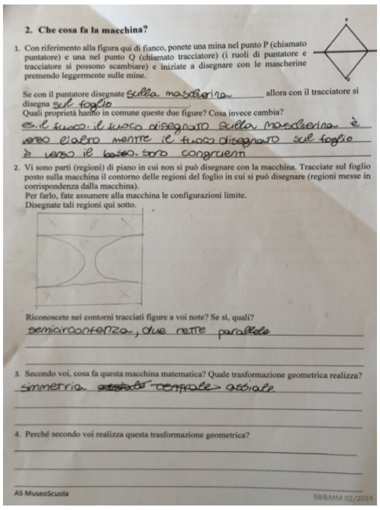
2. Vi sono parti (regioni) di piano in cui non si può disegnare con la macchina. Tracciate sul foglio posto sulla macchina il contorno delle regioni del foglio in cui si può disegnare (regioni messe in corrispondenza dalla macchina).
Per farlo, fate assumere alla macchina le configurazioni limite.
Disegnate tali regioni qui sotto.

Riconoscete nei contorni tracciati figure a voi note? Se sì, quali?
2 SEMICIRCONFERENZE, 3 SEGMENTI PARALLELI

3. Secondo voi, cosa fa questa macchina matematica? Quale trasformazione geometrica realizza?
TRASLAZIONE, PERCHÉ FUNZIONA COME UN COMPASSO, PK UN LATO STA FERMO E UN ALTRO SI MUOVE

4. Perché secondo voi realizza questa trasformazione geometrica?
HA LA FUNZIONE DEL COMPASSO

Groupe A



2. Che cosa fa la macchina?

1. Con riferimento alla figura qui di fianco, ponete una mina nel punto P (chiamato puntatore) e una nel punto Q (chiamato tracciatore) (i ruoli di puntatore e tracciatore si possono scambiare) e iniziate a disegnare con le mascherine premendo leggermente sulle mine.

Se con il puntatore disegnate sulla mascherina allora con il tracciatore si disegna sul foglio.
Quali proprietà hanno in comune queste due figure? Cosa invece cambia?
es. il fuoco. il fuoco disegnato sulla mascherina è verso l'alto mentre il fuoco disegnato sul foglio è verso il basso. sono congruenti

2. Vi sono parti (regioni) di piano in cui non si può disegnare con la macchina. Tracciate sul foglio posto sulla macchina il contorno delle regioni del foglio in cui si può disegnare (regioni messe in corrispondenza dalla macchina).
Per farlo, fate assumere alla macchina le configurazioni limite.
Disegnate tali regioni qui sotto.

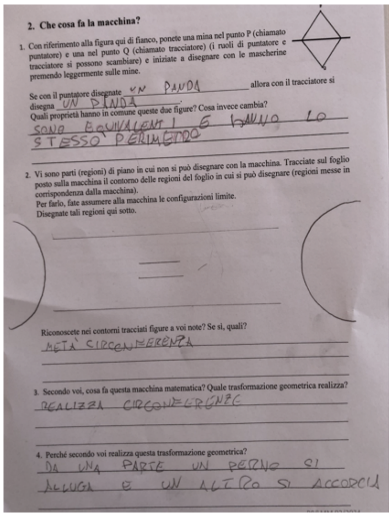
Riconoscete nei contorni tracciati figure a voi note? Se sì, quali?
semicirconferenza, due rette parallele

3. Secondo voi, cosa fa questa macchina matematica? Quale trasformazione geometrica realizza?
simmetria ~~assiale~~ ~~centrale~~ assiale

4. Perché secondo voi realizza questa trasformazione geometrica?

AS MuseoScuola BB&MM 02/2024

Groupe B



2. Che cosa fa la macchina?

1. Con riferimento alla figura qui di fianco, ponete una mina nel punto P (chiamato puntatore) e una nel punto Q (chiamato tracciatore) (i ruoli di puntatore e tracciatore si possono scambiare) e iniziate a disegnare con le mascherine premendo leggermente sulle mine.

Se con il puntatore disegnate UN PANDA allora con il tracciatore si disegna UN PANDA.
Quali proprietà hanno in comune queste due figure? Cosa invece cambia?
SONO EQUIVALENTI E HANNO LO STESSO PERIMETRO

2. Vi sono parti (regioni) di piano in cui non si può disegnare con la macchina. Tracciate sul foglio posto sulla macchina il contorno delle regioni del foglio in cui si può disegnare (regioni messe in corrispondenza dalla macchina).
Per farlo, fate assumere alla macchina le configurazioni limite.
Disegnate tali regioni qui sotto.

Riconoscete nei contorni tracciati figure a voi note? Se sì, quali?
METÀ CIRCONFERENZA

3. Secondo voi, cosa fa questa macchina matematica? Quale trasformazione geometrica realizza?
REALIZZA CIRCONFERENZE

4. Perché secondo voi realizza questa trasformazione geometrica?
DA UNA PARTE UN PERNO SI ALLUNGA E UN ALTRO SI ACCORCIA

Groupe C

Figure 6. La deuxième fiche remplie pendant le travail en petit groupe.

Les questions après les dessins (« *À votre avis, que fait cette machine ? Quelle transformation géométrique effectue-t-elle ?* » et « *Pourquoi pensez-vous que la machine réalise cette transformation ?* ») essayent de guider dans une première organisation théorique des observations et découvertes réalisées grâce au travail avec la machine. On termine avec la recherche des invariants de la transformation, toujours sur le plan [Sém-Ins]. Les réponses des élèves sont assez variées, en montrant parfois des genèses défaillantes. Par exemple, pour le Groupe A (Figure 6), il s'agit d'une « *translation, parce qu'elle fonctionne comme un compas, un côté est fixe et un autre se déplace* », pour le Groupe B c'est bien une symétrie axiale, tandis que le Groupe C semble ne pas avoir compris la question. Remarquons que le Groupe A avait identifié comme propriété des figures dessinées l'être « *au miroir* ».

Discussion finale

Au sein des groupes les étudiants travaillent en comparant et en discutant, mais comme nous l'avons dit auparavant, n'avons pas recueillir ces données. L'observation de l'animateur ne révèle pas d'une démarche de validation, mais une activité discursive dans la plupart des groupes.

La situation semble changer dans la dernière tache de la séance : les élèves doivent reconnaitre figures symétriques parmi lesquelles proposées sur des grandes feuilles (Figure 7).

Les discussions sont animées au sein des groupes. Même si on ne peut pas parler de genèse discursive de preuve les résultats obtenus deviennent disponibles pour un raisonnement mathématique et une validation discursive. Les élèves semblent pouvoir rentrer dans un processus d'argumentation.

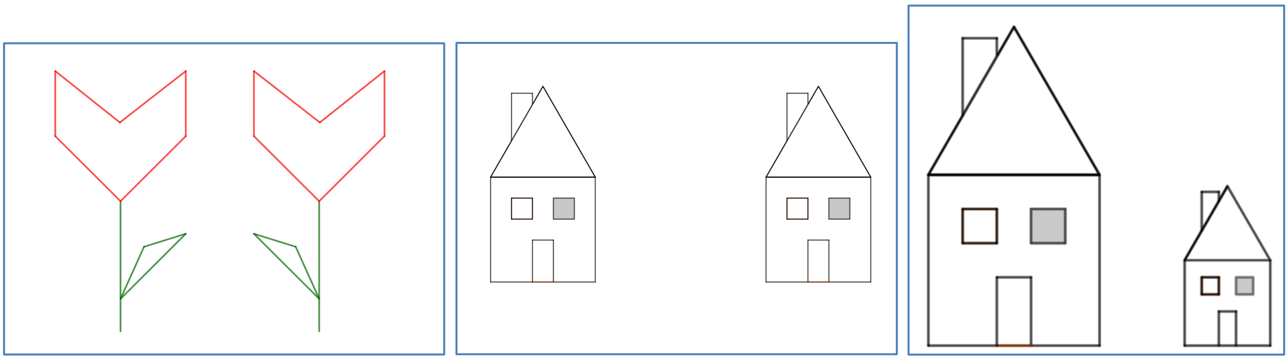


Figure 7. Exemple di transformations géométriques à reconnaître.

EN GUISE DE CONCLUSIONS

La séance de laboratoire que nous avons analysée dans cette contribution a été développée en plaçant au centre l'artefact qui évoque un certain savoir mathématique qui est rendu accessible aux élèves à travers des questions et l'utilisation de l'artefact, en accord avec la Théorie de la médiation Sémiotique. Les consignes sont fondamentales pour guider les élèves dans le processus de découverte. L'analyse dans le cadre de la théorie des ETM nous semble proposer des éclairages intéressants du travail mathématiques des élèves.

L'analyse menée dans cet article et l'introduction de l'observation dans une perspective ETM *a posteriori* par rapport à la construction de la séance de laboratoire, vont permettre le développement d'idées pour l'amélioration de ces séances, qui d'après les questionnaires apparaissent particulièrement appréciées par les étudiants.

Nous voudrions questionner en particulier, la genèse discursive, de construction de la validation, de la preuve et de la démonstration, en considérant le modèle théorique des ETM. Nous souhaitons approfondir l'analyse du discursif, en introduisant lorsque c'est possible dans les prochaines sessions les enregistrements de discussions surtout finales.

Une autre question qui se pose et qui nous n'avons pas abordée dans cette contribution est la relation entre les deux cadres théoriques considérés, ETM pour l'analyse présentée ici, et la théorie de la médiation sémiotique sur laquelle l'ensemble du laboratoire est construit, dans la perspective du *networking strategies* (Prediger *et al.*, 2008).

REFERENCES

AA.VV. UMI (2004) In G. Anichini, F. Arzarello, L. Ciarrapico, & O. Robutti (Eds.), *Matematica 2003. La matematica per il cittadino*. Matteoni stampatore.

Bartolini Bussi, M.G., Garuti, R., Martignone, F. & Maschietto, M. (2011). Tasks for teachers in the MMLAB- ER Project. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 127-130). PME.

Bartolini Bussi, M.G. & Mariotti, M.A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English & al. (Eds.), *Handbook of International Research in Math. Educ.* (II edition, pp. 746-783). Routledge.

Bartolini Bussi, M.G. & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola.* Collana UMI Convergenze. Springer.

Battilani, B. & Maschietto, M. (2023). Le trasformazioni geometriche con le macchine matematiche: sessione di laboratorio al museo per la scuola secondaria di primo grado. In M. Asenova & B. D'Amore B. (Eds.), *Riflettere sulla Didattica della Matematica per Insegnare: Ricerche ed Esperienze - Atti Convegno CSPT 2023 n.37* (pp. 115-116). Bonomo editore.

Flores Salazar, J.V., Gaona, J & Richard, P.R. (2022). Mathematical work in the digital age. Variety of tools and the role of geneses. In A. Kuzniak *et al.* (Eds.), *Mathematical work in educational context* (pp. 165-209). Springer.

Kuzniak, A. (2022). The theory of mathematical working space–Theoretical characteristic. In A. Kuzniak *et al.* (Eds.), *Mathematical work in educational context* (pp. 3-31). Springer.

Maschietto, M. (2018). Instruments de l'histoire pour enseigner et apprendre : le cas des machines mathématiques. In E. Barbin, D. Bénard, & G. Moussard (Eds.), *Les mathématiques et le réel. Expériences, instruments, investigations* (pp. 95-107). Presses Universitaires de Rennes.

Maschietto, M. (2020). Exploiter instruments et histoire dans le laboratoire de mathematiques. Exemples de séquences didactiques avec les machines mathématiques. *REPÈRES – IREM*, *120*, 25-42.

Maschietto, M. & Trouche, L. (2010). Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 42, 33-47.

Michot, S. & Braconne-Michoux, A. (2019). Analyse d'une tâche de géométrie au 2e cycle du primaire au Québec. In L. Vivier, E. Montoya Delgadillo, P.R. Richard, I. Gómez-Chacón, A. Kuzniak, M. Maschietto, & D. Tanguay (Eds.), *Actes du Sixième Symposium sur le Travail Mathématique* (pp. 347-358). Valparaíso, Chile: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Prediger, S., Bikner-Ahsbahs, A., & Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: First steps towards a conceptual framework. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 40, 165–178.

Verillon P. & Rabardel P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity. *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.

Febrero, 2026

El Octavo Simposio sobre el Estudio del Trabajo Matemático (ETM8) se celebró en Castro Urdiales (España) del 21 al 25 de octubre de 2024. Reunió a una amplia comunidad internacional de investigadores interesados en el estudio del trabajo matemático y sus implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Los simposios ETM son encuentros internacionales organizados en forma de grupos de trabajo temáticos basados en las contribuciones de los participantes. La dinámica establecida en el simposio favorece intercambios entre los participantes y contribuye a crear una comunidad de investigadores alrededor de intereses comunes. Además, los encuentros se desarrollan en un marco trilingüe dentro del cual las contribuciones se pueden presentar en cualquiera de las tres lenguas (español, francés e inglés) y deben ir acompañadas de material visual elaborado en una de las otras lenguas.

El ETM8 se organizó en torno a los siguientes cuatro temas:

- Tema 1. Perspectivas y enfoques teóricos sobre el trabajo matemático.
- Tema 2. Estudio de los signos, las herramientas y el discurso, y de la evolución dinámica de sus interacciones mutuas en el trabajo matemático.
- Tema 3. Génesis y desarrollo del trabajo matemático: papel del profesor, del formador, del grupo y de las interacciones.
- Tema 4. El papel de las tareas y situaciones didácticas en la formación del trabajo matemático.

Cada tema se desarrolló por un grupo temático, a lo largo de cinco días.

Instituto de Matemática Interdisciplinar

Universidad Complutense Madrid

Universidad Nebrija

Ayuntamiento de Castro-Urdiales

UC Universidad de Cantabria

CIEM Centro Internacional de Encuentros Matemáticos

ISBN 978-84-19897-40-4 0 €
www.editorial.unican.es
THEMA: YPM, PB, UYQ, GT, 4C