

Tecniche d'inversione per la stima dell'emissione di anidride solforosa dell'Etna dalle immagini telerilevate dal MIVIS nell'infrarosso termico

Sergio Pugnaghi⁽¹⁾, Maria Paola Bogliolo⁽²⁾, Maria Fabrizia Buongiorno⁽³⁾,
Valerio Lombardo⁽³⁾, Luca Merucci⁽³⁾, Stefano Corradini⁽¹⁾ e Sergio Teggi⁽¹⁾

Nell'ambito del Progetto Europeo *Mitigation of Volcanic Risk by Remote Sensing* (MVRRS) è stata effettuata una campagna di misure nell'area etnea (SICILIA '97) e diversi gruppi di ricerca hanno effettuato misure a terra contemporaneamente ai voli dell'Infrared and Visible Imaging Spectrometer (MIVIS). Nella presente memoria vengono descritte una soluzione analitica dell'equazione del trasferimento radiativo ed un algoritmo, basato sulla tecnica Split-Window, per la determinazione del contenuto colonnare di SO₂ nel plume dell'Etna. Entrambe queste procedure derivano da una precedente soluzione numerica dell'equazione di trasferimento radiativo, soluzione ottenuta utilizzando le simulazioni dei termini atmosferici effettuate con il modello di trasferimento radiativo MODTRAN 3.5. I contenuti colonnari di SO₂, valutati con le metodologie descritte nel presente lavoro, hanno poi permesso, assieme alla misura della velocità orizzontale del vento all'altezza del plume, di stimare il flusso di SO₂ emesso dall'Etna. I flussi medi ottenuti da ogni singola immagine MIVIS sono stati confrontati con le simultanee misure COSPEC effettuate da terra e da un aereo ultraleggero che volava al di sotto del plume. I valori ottenuti: circa 45 kg/s il 12 giugno 1997 e circa 30 kg/s il 16 giugno risultano in ottimo accordo con le misure COSPEC citate.

Introduzione

Diversi lavori riportati in letteratura [Realmuto et al., 1994; Realmuto et al., 1997; Teggi et al., 1999] descrivono, con tagli e caratteristiche differenti, metodologie mediante le quali stimare il contenuto colonnare di SO₂ utilizzando dati telerilevati nell'infrarosso termico (TIR) da radiometri aereotrasportati (TIMS e MIVIS). Tutti questi lavori utilizzano procedure numeriche, più o meno complesse, che consentono l'inversione dell'equazione di trasferimento radiativo sulla base della simulazione MODTRAN [Kneizys et al., 1996] dei termini atmosferici che vi compaiono.

- (1) Università di Modena e Reggio Emilia, Dip. Sc. Ing. Sez. Osservatorio Geofisico, Modena
- (2) Istituto Superiore per la Prevenzione E la Sicurezza del Lavoro, Monteporzio Catone, Roma
- (3) Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Roma

Ricevuto il 08/06/00 - Accettato il 06/09/00

In the framework of the Mitigation of Volcanic Risk by Remote Sensing (MVRRS) European Project an international field campaign (SICILY '97) took place in the Mt. Etna area. Different research teams performed measurements contemporaneously with the Multispectral Infrared and Visible Imaging Spectrometer (MIVIS) flights. In this paper we show an analytical inversion of the radiative transfer equation and a Split-Window algorithm; both to estimate the sulphur dioxide (SO₂) columnar content of the plume of the Mt. Etna as obtained by the MIVIS Thermal Infrared (TIR) remotely sensed images. Both these two procedures derive by a previously used numerical inversion obtained simulating the radiance at the MIVIS by means of MODTRAN 3.5 radiative transfer code. The mean SO₂ flux obtained by the MIVIS data has been compared with the COSPEC measurements carried out at the ground by T. Caltabiano and carried out from a light aircraft flying under the plume by P. Allard. The mean SO₂ flux was about 45 kg/s on June 12, 1997 and only about 30 kg/s on June 16, 1997; they agree the quoted COSPEC measurements.

In questo lavoro, che deriva da quelli citati, verrà mostrata una soluzione analitica dell'equazione di trasferimento radiativo ed un semplice algoritmo basato sulla tecnica denominata Split-Window. La tecnica d'inversione utilizza alcune semplificazioni dei termini atmosferici: trasmittanza, radianza di percorso e radianza atmosferica riflessa. I vantaggi derivanti dall'inversione analitica, oltre ad una più chiara visione dei meccanismi fisici coinvolti, sono una rapida analisi delle immagini telerilevate (il tempo-macchina d'elaborazione si riduce a circa 1/100 di quello richiesto dalla procedura numerica) ed un'analisi facilitata degli effetti dei singoli parametri di input sul risultato finale. Il secondo algoritmo descritto si basa sul differente assorbimento, dovuto all'SO₂, in due distinti canali TIR del MIVIS. Le approssimazioni introdotte in questo caso sono maggiori rispetto a quello precedente e conseguentemente comportano un risultato maggiormente approssimato. Il tempo-macchina richiesto per l'analisi dei dati diminuisce ulteriormente ma non in modo così significativo come per il passaggio dalla soluzione

ne numerica a quella analitica. I principali vantaggi di quest'algoritmo, basato sulla tecnica dello Split-Window, derivano dal fatto che non è più necessario disporre di un Modello di Elevazione Digitale (DEM) del terreno e di una sua registrazione all'immagine telerilevata; è inoltre presumibile che solo poche misure meteorologiche siano richieste al posto dei complessi e costosi profili meteorologici. I parametri che compaiono nelle due metodologie proposte sono stati ottenuti dalle simulazioni MODTRAN mediante processi di minimizzazione.

I risultati ottenuti con queste due procedure sono stati confrontati con quelli ottenuti dall'inversione numerica [Teggi et al., 2000] e con le misure COSPEC effettuate a terra da T. Caltabiano [Buongiorno et al., 1999] e con quelle fatte da un aereo ultraleggero che volava sotto il *plume* da P. Allard [Comunicazione privata, 1999].

MIVIS

Il *Multispectral Infrared and Visible Imaging Spectrometer* (MIVIS), che vola a bordo dell'aereo CASA C212, dispone di 102 canali; dieci di tali canali si trovano nell'infrarosso termico (8-14 μm). In Tabella 1 sono riportati, per i dieci canali TIR (canali 93-102), gli estremi inferiori e superiori del range elettromagnetico di ogni canale e le dieci lunghezze d'onda medie, pesate con la funzione risposta del canale considerato.

Il MIVIS ha un *Instantaneous Field of View* (IFOV) di 2 mrad ma il segnale è campionato, lungo la scansione, ogni 1.64 mrad; l'angolo totale corrispondente ad una scansione (755 pixel) è $\pm 35.55^\circ$.

I primi tre canali di Tabella 1 (canali 93, 94, 95) risentono dell'assorbimento/emissione dell' SO_2 e permettono di stimarne il contenuto colonnare. I risultati riportati in questa memoria riguardano il *plume* dell'Etna e sono stati ottenuti analizzando le immagini TIR del MIVIS telerilevate durante la campagna SICILIA '97 [Buongiorno et al., 1999] effettuata nel giugno 1997 (11-17) nell'ambito del Progetto Europeo *Mitigation of Volcanic Risk by Remote Sensing* (MVRRS) coordinato da Peter Francis. Durante la citata campagna il MIVIS ha volato a quote comprese tra 5000 e 6000 m s.l.m.; la risoluzione geometrica a terra per la superficie vulcanica d'interesse (compresa tra 2000 e 3000 m slm) è minore di 10 m.

Equazione del trasferimento radiativo

In assenza di nubi ed assumendo (come usualmente assunto nell'infrarosso termico) trascurabile lo scattering da parte degli aerosols, la radianza che giunge al sensore è data dalla

nota equazione di Schwarzschild:

$$L_\lambda = L_{0\lambda} \cdot e^{-\mu \cdot \delta_{0\lambda}} + \int_0^{\delta_{0\lambda}} e^{-\mu(\delta_{0\lambda} - \delta_\lambda)} \cdot B_\lambda(T) \cdot \mu \cdot d\delta_\lambda \quad (1)$$

Dove L_λ è la radianza spettrale al sensore; $\mu = 1/\cos(\theta)$ e θ è l'angolo zenitale; δ_λ è lo spessore ottico verticale ($\delta_{0\lambda}$ è lo spessore ottico verticale totale, dalla superficie al sensore); $B_\lambda(T)$ è la funzione di Planck alla temperatura T e $L_{0\lambda}$ è la radianza spettrale che lascia la superficie. Quest'ultima ($L_{0\lambda}$) ha due componenti: la radianza emessa dalla superficie ($\epsilon_\lambda B_\lambda(T_s)$) e quella emessa dall'atmosfera verso il basso e riflessa dalla superficie. Assumendo la superficie lambertiana ed utilizzando la legge di Kirchoff:

$$L_{0\lambda} = \epsilon_\lambda \cdot B_\lambda(T_s) + (1 - \epsilon_\lambda) \cdot E_{d\lambda} / \pi \quad (2)$$

Dove ϵ_λ è l'emissività spettrale della superficie; T_s è la temperatura superficiale ed $E_{d\lambda}$ l'irradianza atmosferica verso il basso.

Infine, l'integrale nel lato destro dell'equazione (1) rappresenta l'emissione atmosferica verso il sensore (path radiance). Riscrivendo l'equazione (1):

$$L_\lambda = \left[\epsilon_\lambda \cdot B_\lambda(T_s) + (1 - \epsilon_\lambda) \cdot L_{d\lambda} \right] \cdot \tau_\lambda + L_{u\lambda} \quad (3)$$

Dove $L_{d\lambda} = E_{d\lambda}/\pi$ è la radianza dovuta al flusso atmosferico verso il basso (downwelling); τ_λ è la trasmittanza atmosferica (dalla superficie al sensore) e $L_{u\lambda}$ è la radianza verso l'alto o di percorso (upwelling o path radiance).

Termini atmosferici

I termini atmosferici che compaiono nell'equazione (3), e cioè τ_λ , $L_{u\lambda}$ e $L_{d\lambda}$, sono stati ottenuti, come descritto da Teggi et al. [2000], mediante la simulazione del *plume* dell'Etna tramite il MODTRAN 3.5. Le circa 4000 simulazioni MODTRAN (vedi la parametrizzazione riportata in Tabella 2) effettuate per ogni giorno di volo del MIVIS (11, 12, 16, 17 Giugno, 1997) hanno fornito le look-up-tables (circa 120.000 dati ciascuna) utilizzate nell'inversione numerica.

Il *plume* dell'Etna è stato assunto ad altezza media costante (3350 m s.l.m.) e con spessore costante (100 m); ovviamente lo spessore del *plume* non è costante e, normalmente, aumenta all'aumentare della distanza dai crateri (circa 50 m/km) [Allard, comunicazione privata, 1999; Edner et al., 1995]. È stato inoltre verificato [Sterni, 1996] che, se l'altezza media del *plume* rimane costante, piccole variazioni del

Canale MIVIS	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102
estremo superiore (μm)	8.21	8.61	9.05	9.41	9.86	10.21	10.74	11.24	11.74	12.24
estremo inferiore (μm)	8.56	8.96	9.39	9.77	10.18	10.67	11.12	11.66	12.15	12.70
λ (μm)	8.38	8.74	9.17	9.56	10.01	10.42	10.92	11.41	11.89	12.41

Tabella.1 - Canali MIVIS nell'infrarosso termico: estremi e lunghezze d'onda medie pesate.

suo spessore influenzano poco la stima del contenuto colonnare di SO₂.

In base alla schematizzazione di Figura 1 sono state definite le funzioni che approssimano i tre termini atmosferici dell'equazione (3). In Figura 1 Z rappresenta l'altezza del pixel visto dal MIVIS, z* la quota di volo del MIVIS, θ l'angolo sotto cui il pixel è visto dal MIVIS e C è il contenuto colonnare verticale di SO₂ del plume nel punto d'intersezione plume-congiungente-pixel-MIVIS.

Trasmittanza Atmosferica (τ_λ)

La trasmittanza dello strato atmosferico pixel-MIVIS è stata ipotizzata una funzione esponenziale dello spessore ottico. Lo spessore ottico è stato, a sua volta, ipotizzato dipendere solamente da due assorbitori: il vapor d'acqua (comprendente anche gli assorbitori atmosferici minoritari) e il biossido di zolfo. L'acqua precipitabile della colonna atmosferica presenta in genere un andamento esponenziale funzione dell'altezza del pixel; per il ridotto strato atmosferico pixel-MIVIS (da circa 2000 a circa 6000 m) lo spessore ottico del vapor d'acqua (δ_{wλ}) è stato approssimato con una parabola funzione dell'altezza del pixel mentre quello del biossido di zolfo (δ_{pλ}), concentrato nel plume, è stato assunto costante in quanto tutti i pixel si trovano ad altezze inferiori a quella del plume.

$$\tau_{\lambda} = e^{-\mu \cdot \delta_{\lambda}} = e^{-\mu \cdot (\delta_{w\lambda} + \delta_{p\lambda})} = e^{-\mu \cdot (a_{0\lambda} + a_{1\lambda} \cdot Z + a_{2\lambda} \cdot Z^2 + a_{3\lambda} \cdot C)} = \tau_{a\lambda} \cdot \tau_{p\lambda} \quad (4)$$

Tabella. 2 - Parametrizzazione del plume dell'Etna utilizzata per le simulazioni MODTRAN.

Parametro	Range	Step
Altezza	2000 - 3200 (m slm)	100 (m)
Angolo	0 - 40 (gradi)	5 (gradi)
Contenuto colonnare di SO ₂	0 - 15 (g/m ³)	0.5 (g/m ³)

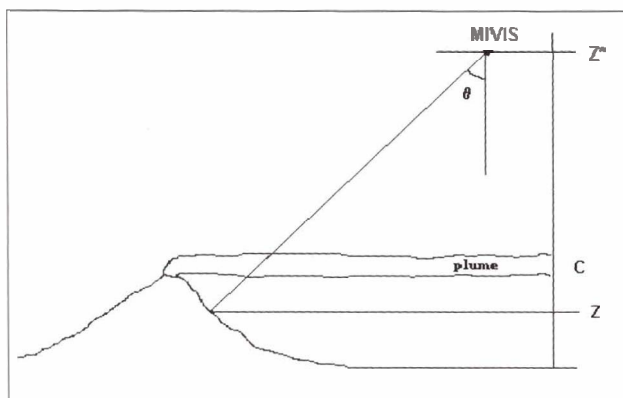


Figura 1 - Schematizzazione dell'area di misura.

Dove a_{0λ}, a_{1λ}, a_{2λ} sono i parametri relativi allo spessore ottico dell'aria (cioè, come detto, principalmente relativi al vapor d'acqua) mentre a_{3λ} rappresenta il coefficiente d'assorbimento dell'SO₂; τ_{aλ} and τ_{pλ} individuano rispettivamente la trasmittanza dell'aria e del plume.

Corradini [1999] ha calcolato, per il caso del giorno 12 giugno 1997 e per i dieci canali TIR del MIVIS, la distribuzione delle differenze relative percentuali (cioè 100(τ_{MOD,λ} - τ_{fit,λ})/τ_{MOD,λ}) tra le trasmittanze ottenute dalle simulazioni MODTRAN e quelle calcolate con l'equazione (4), indicata con τ_{fit,λ}. λ è la lunghezza d'onda riportata in Tabella 1. In Tabella 3 sono riportate, per ogni canale, le standard deviations delle citate differenze.

Radianza atmosferica verso il sensore (L_{wλ})

Come detto precedentemente, la path radiance corrisponde all'integrale del termine di destra dell'equazione (1). Utilizzando come variabile d'integrazione la trasmittanza atmosferica anziché lo spessore ottico si ha:

$$L_{w\lambda} = \int_{\tau_{\lambda}}^1 B_{\lambda}(T) \cdot d\tau_{\lambda} = B_{\lambda}(T_a) \cdot (1 - \tau_{\lambda}) \quad (5)$$

Dove T_a è una sorta di temperatura atmosferica dello strato considerato. Poiché la derivata della trasmittanza atmosferica, almeno per i canali trasparenti all'SO₂, ha il suo massimo valore in prossimità della superficie, la temperatura equivalente T_a è prossima a T(z) ≈ T₀ + γ z; (γ = -7 K/km). Linearizzando la funzione di Planck B(T_a) cioè sviluppando in serie attorno a T₀ e fermandosi al primo termine si ha:

Tabella. 3 - Deviazioni standard delle differenze relative percentuali tra simulazioni e fit per i tre termini atmosferici (12/06/1997)

Canale	σ _τ (%)	σ _{L_w} (%)	σ _{L_d} (%)
93	1.12	2.04	3.27
94	0.91	1.96	5.01
95	0.32	1.38	2.29
96	0.16	1.13	0.41
97	0.12	0.92	0.41
98	0.14	1.15	1.17
99	0.18	1.37	1.41
100	0.25	1.53	1.42
101	0.33	1.60	1.36
102	0.65	1.95	1.04

$$B(T_a) = B(T_0) + \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_{T=T_0} a (T - T_0) = B(T_0) + \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_{T=T_0} (T_0 + \gamma \cdot z - T_0) = B(T_0) - \gamma \cdot \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_{T=T_0} z$$

ovvero

$$L_{u\lambda} = (b_{0\lambda} + b_{1\lambda} \cdot z) \cdot (1 - \tau_\lambda) \quad (6)$$

In presenza del plume di SO₂ la situazione risulta più complicata. In questo caso una ragionevole approssimazione, che tiene conto anche della situazione precedente (canali trasparenti all'SO₂: $\tau_{p\lambda}=1$) è:

$$L_{u\lambda} = (b_{0\lambda} + b_{1\lambda} \cdot z) \cdot (1 - \tau_{a\lambda}) \cdot \tau_{p\lambda} + b_{2\lambda} \cdot (1 - \tau_{p\lambda}) \quad (7)$$

Corradini [1999] ha calcolato, per il caso del giorno 12 giugno 1997 e per i dieci canali TIR del MIVIS, la distribuzione delle differenze relative percentuali (cioè $100 \cdot (L_{u,MOD,\lambda} - L_{u,fit,\lambda}) / L_{u,MOD,\lambda}$) tra le radianze ($L_{u\lambda}$) ottenute dalle simulazioni MODTRAN e quelle calcolate con l'equazione (7), indicata con $L_{u,fit,\lambda}$. λ è la lunghezza d'onda riportata in Tabella 1. In Tabella 3 sono riportate, per ogni canale, le standard deviations delle citate differenze.

Radianza Atmosferica Riflessa ($L_{d\lambda}$)

La radianza atmosferica riflessa dipende dal flusso atmosferico verso il basso (downwelling): $L_{d\lambda} = E_{d\lambda} / \pi$.

$$E_{d\lambda} = \iint \left(\int_{\tau}^1 B_\lambda(T) \cdot d\tau_\lambda \right) \cdot \cos \theta \cdot d\omega \quad (8)$$

Linearizzando la trasmittanza atmosferica: $\tau = 1 - \mu \cdot \delta$ si ha:

$$E_{d\lambda} = \iint B_\lambda(T_a) \cdot \delta_\lambda \cdot d\omega = 2 \cdot \pi \cdot B_\lambda(T_a) \cdot \delta_\lambda \cdot \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cdot d\theta = 2 \cdot \pi \cdot B_\lambda(T_a) \cdot \delta_\lambda = 2 \cdot \pi \cdot L_{uv,\lambda}^d \quad (9)$$

$L_{uv,\lambda}^d$ rappresenta la radianza atmosferica verso il basso nella direzione verticale.

In base all'equazione (9) la radianza atmosferica riflessa è stata approssimata con la seguente espressione:

$$L_{d\lambda} = d_{0\lambda} + d_{1\lambda} \cdot L_{uv,\lambda} \quad (10)$$

Dove $L_{uv,\lambda}$ corrisponde alla radianza atmosferica verso l'alto nella direzione verticale.

Corradini [1999] ha calcolato, per il caso del giorno 12 giu-

gno 1997 e per i dieci canali TIR del MIVIS, la distribuzione delle differenze relative percentuali (cioè $100 \cdot (L_{d,MOD,\lambda} - L_{d,fit,\lambda}) / L_{d,MOD,\lambda}$) tra le radianze ($L_{d\lambda}$) ottenute dalle simulazioni MODTRAN e quelle calcolate con l'equazione (10), indicata con $L_{d,fit,\lambda}$. λ è la lunghezza d'onda riportata in Tabella 1. In Tabella 3 sono riportate, per ogni canale, le standard deviations delle citate differenze. Per le radianze atmosferiche riflesse le differenze, almeno per i canali affetti da SO₂, risultano consistenti (deviazioni standard anche del 5 %). Occorre però ricordare che tale termine è quello che meno influenza la radianza al sensore; infatti, vedi equazione (3), questo termine è moltiplicato per $(1-\varepsilon)$.

Soluzione analitica per la stima del contenuto colonnare di SO₂

Utilizzando per i tre termini atmosferici: τ_λ , $L_{u\lambda}$ e $L_{d\lambda}$, le espressioni (4), (7) e (10) ne segue che l'equazione del trasferimento radiativo (3) contiene come unica incognita la trasmittanza del plume di SO₂:

$$L_\lambda = A'_\lambda \cdot \tau_{p,\lambda} \cdot \tau_{pv,\lambda} + B'_\lambda \cdot \tau_p + D'_\lambda \quad (11)$$

Dove A'_λ , B'_λ , D'_λ sono delle costanti che dipendono dai parametri a_λ , b_λ , d_λ che compaiono nelle equazioni (4), (7) e (10); $\tau_{pv,\lambda}$ è la trasmittanza del plume lungo la verticale.

L'equazione (11) è trascendente ma risulta risolvibile mediante la soluzione di due equazioni di secondo grado ed uno sviluppo in serie di Taylor. L'equazione finale che si ottiene è:

$$C = -(\cos \theta / a_3) \cdot \log_e [X_0 \cdot (1 + Y)] \quad (12)$$

Dove X_0 è la soluzione della (11), cioè la trasmittanza $\tau_{p,\lambda}$, nel caso più semplice (prima equazione di secondo grado); vale a dire con $\tau_{p,\lambda} = \tau_{pv,\lambda}$ (ovvero con $\theta=0$); $Y = X'/X_0$ è la soluzione della seconda equazione di secondo grado, equazione che si ottiene dopo lo sviluppo in serie di Taylor; la trasmittanza $\tau_{p,\lambda}$ è stata posta uguale a $X = X_0 + X'$.

X_0 , Y ed ovviamente a_3 dipendono dalla lunghezza d'onda pertanto la (12) fornisce tre valori del contenuto colonnare di SO₂; uno per ogni canale non trasparente all'SO₂. Il secondo dei canali TIR del MIVIS (canale 94) è quello meno trasparente ed anche quello che fornisce le migliori stime del contenuto colonnare C. Volendo sfruttare tutti e tre i canali che risentono dell'SO₂ si può effettuare una media pesata dei primi tre canali TIR (93, 94, 95).

Stima del contenuto colonnare di SO₂ mediante la tecnica Split-Window

Utilizzando le equazioni (5) e (9), l'equazione del trasferimento radiativo (3) può essere scritta nel modo seguente:

$$L_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot \tau_\lambda \cdot B_\lambda(T_s) + (1 - \varepsilon_\lambda) \cdot \tau_\lambda \cdot d \cdot B_\lambda(T_a) \cdot (1 - \tau_v) + B_\lambda(T_a) \cdot (1 - \tau_\lambda) \quad (13)$$

Sviluppando L_λ , $B_\lambda(T_s)$ e $B_\lambda(T_a)$ attorno a T_a (la temperatura di brillanza, quella superficiale e quella dell'aria in prossimità della superficie non sono tra loro molto diverse) e fermandosi al primo termine si giunge alla seguente relazione:

$$T_s = \frac{T_b - (1 - \varepsilon \cdot \tau)}{\varepsilon \cdot \tau} - \Delta T \quad (14)$$

Dove T_s è la temperatura superficiale, T_b la temperatura di brillanza e $\Delta T = [(1-\varepsilon)/\varepsilon] \cdot [\lambda \cdot (d \cdot \delta - 1) \cdot T_a^2 / C^2]$, d è una costante che vale circa 2 e C_2 è il secondo coefficiente della legge di Planck.

Utilizzando due canali, uno in finestra atmosferica (nel presente lavoro il quarto canale TIR del MIVIS ovvero il canale 96 di Tabella 1) ed uno che risente dell'assorbimento dovuto all' SO_2 (nel presente lavoro il secondo canale TIR del MIVIS ovvero il canale 94 di Tabella 1), si hanno due equazioni del tipo (14) che uguagliate portano alla seguente relazione finale:

$$C = k_0 + k_1 \cdot \log_e \left[\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_4} \right) \cdot \left(\frac{T_{b4} - T_a + k_2}{T_{b2} - T_a} \right) \right] \quad (15)$$

T_{b2} e T_{b4} sono le temperature di brillanza ottenute dalle misure MIVIS effettuate nei rispettivi canali 2 e 4 (94 e 96); ε_2 ed ε_4 sono le emissività superficiali del pixel considerato; T_a è la temperatura equivalente dell'aria che, assieme a k_0 , k_1 e k_2 , costituisce il set di parametri stimati per minimizzazione dalle simulazioni MODTRAN precedentemente citate.

I parametri k_0 , k_1 e k_2 non sono esattamente delle costanti ma dipendono dalle condizioni atmosferiche presenti ed in particolare:

$$k_0 = \frac{\delta_{w4} - \delta_{w2}}{a_{3,2}}; k_1 = \frac{1}{a_{3,2}}; k_2 = (\Delta T_2 - \Delta T_4) \cdot \varepsilon_4 \cdot e^{-\mu \cdot \delta_4}$$

Per l'applicazione di questo algoritmo di tipo Split-Window sono stati scelti i canali 2 e 4 (94 e 96 di Tabella 1) del MIVIS in quanto la presenza dell'ozono troposferico fa sentire il suo effetto assorbitore nel canale 4; effetto che compensa il maggiore assorbimento del vapor d'acqua nel canale 2 rispetto al 4. La compensazione citata comporta valori molto simili degli spessori ottici δ_{w4} e δ_{w2} ovvero valori molto piccoli del parametro additivo k_0 . La vicinanza spettrale dei due canali implica inoltre piccole differenze di lunghezze d'onda, ΔT molto simili e conseguentemente piccoli valori anche del parametro k_2 . Infine k_1 è quasi una costante in quanto rappresenta l'inverso del coefficiente d'assorbimento dell' SO_2 che risentirà in parte delle variazioni di pressione e temperatura alla quota del plume.

In Tabella 4 sono riportati, per i giorni 11, 12 e 16 giugno 1997, i valori dei parametri k_0 , k_1 , k_2 e T_a dell'algoritmo descritto; sono inoltre state riportate le deviazioni standard

Tabella 4 - Valori dei parametri dell'algoritmo descritto nel testo e misure di temperatura ed acqua precipitabile effettuate a Torre del Filosofo.

giorno (giugno 1997)	k_0 (g/m ²)	k_1 (g/m ²)	k_2 (K)	T_a (K)	σ_C (g/m ²)	T_{TF} (K)	W_{TF} (g/cm ²)
11	0.97	38.1	0.6	277.3	0.10	284.6	0.58
12	0.57	37.6	0.5	279.3	0.11	286.1	0.69
16	-0.01	37.7	0.4	281.2	0.11	288.3	0.81

delle differenze del contenuto colonnare C tra le simulazioni MODTRAN ed il fit tramite il quale sono stati ottenuti i parametri. Infine, le ultime due colonne riportano la temperatura dell'aria misurata a Torre del Filosofo al passaggio del MIVIS e l'acqua precipitabile calcolata, in base ad una relazione empirica, da misure sempre a Torre del Filosofo, di temperatura ed umidità relativa.

Come si può vedere da Tabella 4, mentre i parametri k_1 e k_2 sono sostanzialmente costanti, il parametro k_0 , che dipende dal vapore presente in atmosfera e T_a , che ovviamente dipende dalla temperatura dell'aria, mostrano una netta variazione nel tempo, ottimamente correlata con l'acqua precipitabile e la temperatura dell'aria a Torre del Filosofo rispettivamente.

Conclusioni

La possibilità di misurare il contenuto colonnare dell' SO_2 presente nel plume dell'Etna mediante spettrometri aerotrasportati e operanti nell'infrarosso termico era già stata verificata mediante lavori precedenti [Realmuto et al., 1994; Realmuto et al., 1997; Teggi et al., 1999]. Nel presente articolo sono state mostrate due distinte procedure per la determinazione del contenuto colonnare di SO_2 : una mediante un'inversione analitica ed una basata sulla tecnica Split-Window. Il primo sostanziale vantaggio delle procedure descritte consiste nel notevole risparmio di tempo per l'elaborazione dei dati: circa 1/100 di quello richiesto dalla procedura numerica. La seconda procedura (Split-Window), anche se con notevoli approssimazioni, fornisce un buon risultato senza la necessità d'introdurre dati ausiliari quali elevazione del terreno e profili atmosferici; i parametri dell'algoritmo non sono però costanti nel tempo ed alcune misure atmosferiche minimali risultano comunque necessarie. L'inversione analitica consente infine una facile analisi degli effetti dei dati di input e/o errori di misura sul risultato finale (contenuto colonnare di SO_2).

La misura della velocità del vento alla quota del plume e l'integrale del contenuto colonnare lungo i transetti ortogonali all'asse del plume consentono infine la stima del flusso di SO_2 emessa dall'Etna. In tabella 5 sono riportati per i giorni 11 e 16 giugno 1997 i flussi medi stimati con l'inversione numerica (LUT), con quella analitica (INV), con lo Split-Window (S-W) e le misure effettuate da terra da T. Caltabiano e dall'aereo da P. Allard.

Per il giorno 16 giugno 1997, è mostrato in Figura 2b il plume di SO_2 dell'Etna. L'immagine riporta in tonalità rossa i risultati dell'inversione numerica (LUT), in tonalità verde i

Tabella. 5 - Flussi medi stimati dalle tre procedure citate nel testo e dalle misure sperimentali.

Procedura e/o misura	12 giugno 1997 (kg/s)	16 giugno 1997 (kg/s)
LUT	45 ± 8	28 ± 9
INV	41 ± 12	26 ± 10
S-W	42 ± 15	29 ± 10
T. Caltabiano	40 ± 10	36 ± 9
P. Allard	44 ± 4	32 ± 2

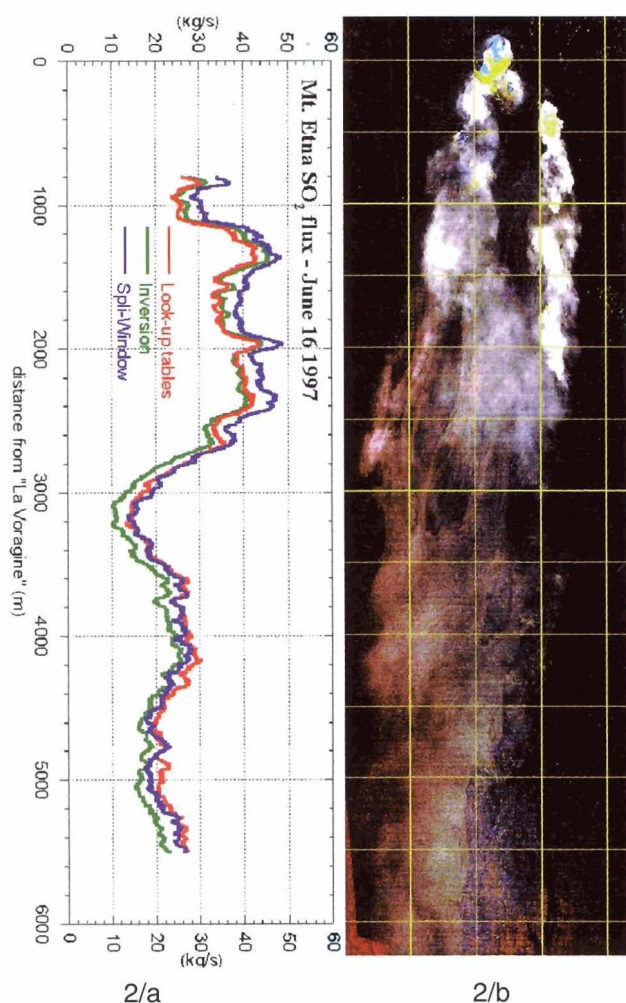


Figura 2a - Andamento del flusso di SO₂ per le tre diverse procedure.

Figura 2b - Immagine del plume di SO₂ (R=LUT, G=INV, B=SW). Concessione SMA 528 del 04/11/97.

risultati dell'inversione analitica (INV) ed in tonalità blu quelli dello Split-Window (S-W). In Figura 2a è riportato, con gli stessi colori indicati sopra (vedi legenda), l'andamento del flusso di SO₂ lungo l'asse del plume.

Bibliografia

Allard P. (1999) - *Communication at the MVRRS Final Meeting*, Cambridge, UK, June 1999.

Buongiorno M. F., Merucci L., Doumaz F., Salvi S., M. P. Bogliolo, S. Pugnaghi, S. Teggi, S. Corradini, L. Lombroso, A. Sterni, T. Caltabiano e V. Carrere, (1999) - *MVRRS Campaign: MIVIS mission on sicilian volcanoes and ground measurements*. Quaderni di Geofisica, 7: 1-90.

Corradini S. (1999) - *Stima del flusso di SO₂ dell'Etna da immagini telerilevate nell'infrarosso termico e misure atmosferiche (campagna di misure MVRRS "Sicily '97")*. Tesi di laurea in fisica, Università di Modena e Reggio Emilia, Anno Accademico 1997-1998, (1999).

Edner H., Ragnarson P., S. Svanberg, E. Wallinder, R. Ferrara, R. Cioni, B. Raco e G. Taddeucci (1995) - *Volcanic gas emission studies using optical remote sensing techniques, Sensors and Environmental Applications of Remote Sensing*. Balkema, Rotterdam, 357-362.

Kneizys F. X., L. W. Abreu, G. P. Anderson, J. H. Chetwynd, E. P. Shettle, A. Berk, L. S. Bernstein, D. C. Robertson, P. Acharya, L. S., Rothman, J. E. A. Selby e W. O. Gallery (1996) - *The MODTRAN 2/3 Report and LOWTRAN model*. Phillips Laboratory, Geophysics Directorate, Hanscom AFB, MA 01731-3010.

Realmuto V.J., Abrams M.J., Buongiorno M.F. e Pieri D.C. (1994) - *Multispectral Infrared Mapping of sulfur dioxide plumes: a case study from Mount Etna, Sicily, July 29, 1986*. Journal of Geophysical Research, 99: 481-488.

Realmuto V.J., Sutton A.J. e Elias T. (1997) - *Multispectral thermal infrared mapping of sulfur dioxide plumes: A case study from the East Rift Zone of Kilauea volcano, Hawaii*, Journal of Geophys. Res., 102 (B7): 15057-15072.

Sterni A. (1996) - *Misure atmosferiche e modelli di trasferimento radiativo in atmosfera per lo studio dei plumes vulcanici mediante telerilevamento*. Tesi di laurea in fisica, Università di Modena, Anno Accademico 1995-1996.

Teggi S., Bogliolo M.P., Buongiorno M.F., Pugnaghi S. e Sterni A. (1999) - *Evaluation of SO₂ emission from Mt. Etna using diurnal and nocturnal MIVIS TIR remote sensing images and Radiative transfer models*. Journal of Geophysical Research, vol. 104, n. B9: 20069-20079, September 10.

Teggi S., Pugnaghi S., Buongiorno M.F., Bugliolo M.P., Corradini S., Lombardo V e Merucci L., (2000) - *Correzioni atmosferiche dei dati MIVIS* (2001). Questo volume;