

\\ 232 \\

**Un Algoritmo Genetico per la Selezione  
di Modelli Grafici**

di

Alberto Roverato\*  
Irene Poli\*\*

Aprile 1998

\* Università degli Studi di Modena  
Dipartimento di Economia Politica  
Via Berengario, 51  
41100 Modena (Italy)

\*\* Università Ca' Foscari di Venezia  
Dipartimento di Statistica  
Dorsoduro, 3246  
30123 Venezia (Italy)



# UN ALGORITMO GENETICO PER LA SELEZIONE DI MODELLI GRAFICI

*A Genetic Algorithm for Graphical Model Selection*

## 1. Introduzione

I modelli grafici rappresentano un'ampia classe di modelli per l'analisi multivariata che trae origine dal concetto di indipendenza condizionale tra variabili. Un modello grafico viene specificato mediante un grafo i cui vertici corrispondono alle variabili coinvolte nell'analisi e gli archi rappresentano la struttura di indipendenza condizionale della distribuzione (si veda ad esempio Lauritzen, 1996).

Le procedure di selezione di un modello grafico si propongono come obiettivo di individuare le relazioni di indipendenza condizionale tra coppie di variabili e quindi di definire l'insieme degli archi caratterizzanti il grafo associato al modello. Poiché il numero di possibili modelli grafici cresce esponenzialmente al crescere del numero delle variabili, la stima di tutti i possibili modelli è implementabile solo per problemi con dimensionalità molto bassa. I metodi proposti in letteratura per la selezione di modelli grafici (Whittaker, 1990 e Edwards, 1995) sono prevalentemente procedure di tipo *stepwise* e portano all'identificazione di un modello adeguato.

In questo lavoro si propone una metodologia per la selezione di modelli log-lineari grafici che si basa sul calcolo evolutivo e prevede la costruzione di un algoritmo genetico (Box, 1957; Holland, 1975, 1992 e Goldberg, 1989). Questo approccio viene attualmente proposto in letteratura per risolvere problemi di ricerca e ottimizzazione definiti in spazi di dimensioni elevate (Mitchell, 1996). Per la scelta del modello grafico abbiamo costruito un algoritmo genetico che evolve la soluzione al problema in modo adattivo e parallelo: l'evoluzione muta in relazione ai cambiamenti dell'ambiente di riferimento e esplora un numero molto elevato di diverse possibilità in modo simultaneo.

I risultati ottenuti in uno studio di simulazione dimostrano che l'algoritmo di selezione proposto conduce in modo efficiente all'identificazione di un modello grafico con le proprietà di ottimalità definite nella procedura. L'approccio utilizzato, messo a confronto con una metodologia di tipo tradizionale come la procedura *stepwise*, conduce all'identificazione di modelli con valori di adattamento più elevati.

Nei paragrafi 2 e 3 sono presentate alcune nozioni di base sui modelli log-lineari grafici e sugli algoritmi genetici. Il paragrafo 4 è dedicato alla descrizione dell'algoritmo genetico proposto con attenzione per il particolare operatore di incrocio utilizzato che si avvale della struttura a grafo del modello. Nel paragrafo 5 sono presentati i risultati delle simulazioni.

## 2. I modelli log-lineari grafici

In anni recenti i modelli grafici sono stati oggetto di un crescente interesse per l'efficacia della loro rappresentazione e per la semplicità interpretativa che li contraddistingue anche quando il numero di variabili coinvolti nell'analisi è elevato. Un'importante tipologia di modelli grafici si presenta quando tutte le variabili coinvolte nell'analisi sono di tipo discreto. In questo caso infatti i modelli grafici sono identificabili come sottoclasse della famiglia dei modelli log-lineari.

### 2.1 I modelli log-lineari

Sia  $V = \{a, b, \dots, m\}$  un insieme finito di variabili casuali discrete tale che ogni  $v \in V$  assuma valori all'interno di un insieme finito di livelli  $\mathcal{I}_v$ . La distribuzione di probabilità delle variabili in  $V$  può essere convenientemente rappresentata sotto forma di tabella di probabilità, usualmente indicata come  $\{p(i)\}_{i \in \mathcal{I}}$  dove  $i$  denota una cella della tabella

$$i \in \mathcal{I} = \times_{v \in V} \mathcal{I}_v, \quad (1)$$

e  $p(i)$  la sua probabilità. In questa sede si considerano tabelle complete, e quindi  $p(i) > 0$  per ogni  $i \in \mathcal{I}$ .

Un campione di  $n$  osservazioni da  $V$  viene generalmente presentato con una tabella, detta di contingenza,  $\{n(i)\}_{i \in \mathcal{I}}$  dove  $n(i)$  indica il numero di osservazioni appartenenti alla cella  $i$ . Si ha quindi  $\sum_{i \in \mathcal{I}} p(i) = 1$  e  $\sum_{i \in \mathcal{I}} n(i) = n$ . La distribuzione marginale del sottoinsieme di variabili  $A \subseteq V$  è costituita dalla tabella marginale  $\{p_A(i_A)\}_{i_A \in \mathcal{I}_A}$  dove  $\mathcal{I}_A = \times_{v \in A} \mathcal{I}_v$ . La tabella di contingenza corrispondente è  $\{n_A(i_A)\}_{i_A \in \mathcal{I}_A}$ .

Definiamo una classe generatrice  $\mathcal{C}$  come un insieme di sottoinsiemi di  $V$  tale che se  $A, B \in \mathcal{C}$  allora  $A \not\subseteq B$ . La distribuzione di probabilità  $\{p(i)\}_{i \in \mathcal{I}}$  è detta soddisfare il modello log-lineare gerarchico con classe generatrice  $\mathcal{C}$  se per ogni  $i \in \mathcal{I}$

$$\log p(i) = \sum_{C \in \mathcal{C}} \phi_C(i_C) \quad (2)$$

dove  $\phi_C(i_C)$  sono funzioni reali che dipendono da  $i$  solo attraverso  $i_C$  (Bishop, Fienberg, Holland, 1975). La dimensione di un modello log-lineare gerarchico è definita come la dimensione del sottospazio del modello gerarchico determinante il modello stesso (Lauritzen, 1996: 81). Se  $\mathcal{C} = \{V\}$  il modello è detto saturo.

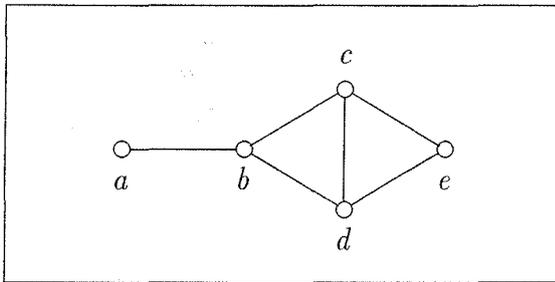
Le tipologie di relazioni tra variabili esprimibili mediante un modello log-lineare sono varie e complesse, ma non sempre è possibile fornire una giustificazione intuitiva

dei vincoli matematici imposti dal modello. I modelli log-lineari grafici costituiscono, all'interno della famiglia dei modelli log-lineari, una classe di modelli di facile interpretabilità e per i quali è possibile rappresentare le relazioni tra variabili per mezzo di un grafo.

## 2.2 I grafi nella rappresentazione del modello

Un grafo è un oggetto matematico suscettibile di un'utile rappresentazione grafica mediante un diagramma. Formalmente un grafo è una coppia  $\mathcal{G} = (V, E)$ , dove  $V$  è un insieme finito di vertici e  $E$  è un sottoinsieme dell'insieme  $V \times V$  delle coppie ordinate di vertici. Gli elementi di  $E$  sono detti archi. I grafi qui considerati sono semplici, nel senso che non contengono archi multipli o archi con vertici coincidenti, e sono non orientati in quanto  $(a, b) \in E \Leftrightarrow (b, a) \in E$ . Nella rappresentazione grafica i vertici sono indicati con dei punti e gli archi con delle linee che li congiungono. Ad esempio il grafo  $\mathcal{G} = (V, E)$  con  $V = \{a, b, c, d, e\}$  e  $E = \{(a, b), (b, c), (b, d), (c, d), (c, e), (d, e)\}$  può essere rappresentato come in Fig.1.

Fig.1: Esempio di grafo non orientato



Se  $(a, b) \in E$  allora i vertici  $a$  e  $b$  sono detti adiacenti. Il sottografo indotto da un insieme di vertici  $A \subseteq V$  è  $\mathcal{G}_A = (A, E_A)$  dove  $E_A = V \cap (A \times A)$ . Un grafo è detto completo se tutti i suoi vertici sono adiacenti ed il sottoinsieme  $A \subseteq V$  è detto completo se induce un sottografo completo. Un grafo completo con  $k$  vertici ha  $\binom{k}{2}$  archi. Un grafo è detto denso se il numero dei suoi archi si avvicina a  $\binom{k}{2}$  mentre un grafo che ha un numero esiguo di archi è detto sparso.

Un *clique* è un sottoinsieme completo massimale di  $V$ , ossia un sottoinsieme completo che l'aggiunta di altri vertici renderebbe incompleto. Un grafo può essere identificato mediante l'insieme  $\mathcal{C}$  dei suoi *clique*.

Un cammino di lunghezza  $l$  in  $\mathcal{G}$  è una sequenza di vertici distinti  $a_0, a_1, \dots, a_l$  tali che  $(a_{j-1}, a_j) \in E$  per ogni  $j = 1, \dots, l$ . Due sottoinsiemi  $A$  e  $B$  di  $V$  sono separati da  $C \subseteq V$  in  $\mathcal{G}$  se ogni cammino da un vertice in  $A$  ad un vertice in  $B$  contiene almeno un vertice in  $C$ . La coppia  $(A, B)$  di sottoinsiemi di  $V$  tali che  $A \cup B = V$  forma una decomposizione di  $\mathcal{G}$  se  $A \cap B$  è completo e separa  $A$  e  $B$  in  $\mathcal{G}$ .

Ad esempio, per il grafo  $\mathcal{G}$  in Fig.1 la sequenza  $(a, b, c, e)$  è un cammino di lunghezza 3;  $\{c, d\}$  separa  $\{a, b\}$  da  $\{e\}$ ; il sottoinsieme  $\{d, e\}$  è completo ma non è un *clique*. L'insieme dei *clique* di  $\mathcal{G}$  è  $\mathcal{C} = \{\{ab\}, \{bcd\}, \{cde\}\}$ . La coppia  $(A, B)$  con

$A = \{a, b, c, d\}$  e  $B = \{c, d, e\}$  forma una decomposizione di  $\mathcal{G}$ .

### 2.3 Caratterizzazione dei modelli log-lineari grafici

Si consideri un grafo non orientato  $\mathcal{G} = (V, E)$  il cui insieme di vertici coincide con l'insieme delle variabili  $V$ . In questo caso l'insieme  $\mathcal{C}$  dei *clique* di  $\mathcal{G}$  è una classe generatrice attraverso la quale  $\mathcal{G}$  identifica un modello log-lineare. La classe dei modelli log-lineari grafici è definita come il sottoinsieme dei modelli log-lineari gerarchici identificato dall'insieme dei grafi non orientati con insieme dei vertici  $V$  (Darroch, Lauritzen, Speed, 1980).

Questi modelli sono interamente interpretabili in termini di relazioni di indipendenza condizionale tra variabili e il concetto di separazione per i vertici del grafo è lo strumento di lettura di tali relazioni. Formalmente, per qualunque terna  $(A, B, C)$  di sottoinsiemi disgiunti di  $V$  tali che  $C$  separa  $A$  e  $B$  in  $\mathcal{G}$  si ha una relazione di indipendenza condizionale tra gli insiemi di variabili  $A$  e  $B$  date le variabili in  $C$ . Questa relazione tra grafo e modello è nota come proprietà markoviana globale di  $V$  rispetto a  $\mathcal{G}$  (si veda Lauritzen, 1996).

La dimensione del modello log-lineare grafico con grafo  $\mathcal{G} = (V, E)$  per le variabili in  $V$  viene indicata con  $\dim(V, \mathcal{G})$ .

La funzione di log-verosimiglianza per  $n$  osservazioni effettuate seguendo uno schema di campionamento di tipo multimomiale è

$$l(\{p(i)\}_{i \in \mathcal{I}}) = l(p) = \sum_{i \in \mathcal{I}} n(i) \log p(i) \quad (3)$$

e, seguendo la notazione tradizionale, il suo massimo è indicato con  $\{\hat{p}(i)\}_{i \in \mathcal{I}}$ . Si rinvia a Lauritzen (1996) per una trattazione delle problematiche legate al calcolo delle stime di massima verosimiglianza nell'ambito dei modelli grafici.

Le procedure di selezione di un modello log-lineare grafico basate sulle osservazioni campionarie si propongono di identificare il grafo associato al modello che meglio si adatta ai dati. Il numero di possibili modelli grafici per  $k$  variabili è  $2^{\binom{k}{2}}$  e la stima di tutti i possibili modelli è computazionalmente implementabile solo quando il numero di variabili coinvolte nell'analisi è piccolo. Per questa ragione i metodi proposti in letteratura per la selezione di modelli grafici (Whittaker, 1990 e Edwards, 1995) utilizzano prevalentemente procedure di tipo *stepwise*. Queste prevedono di passare da un modello con grafo  $\mathcal{G}$  ad un modello con grafo  $\mathcal{G}'$  scelto all'interno dell'insieme dei vicini di  $\mathcal{G}$ , composto dai grafi che differiscono da  $\mathcal{G}$  esattamente per un arco. La scelta del nuovo possibile modello avviene sulla base di un criterio opportunamente specificato e la procedura è iterata fino all'ottenimento di un modello non migliorabile con una ulteriore iterazione della procedura. Punti di partenza della procedura sono tipicamente il modello saturo per le procedure di tipo *backward elimination* e il modello di completa indipendenza per le procedure di tipo *forward inclusion*.

I metodi di tipo *stepwise*, opportunamente implementati, consentono di esplorare lo spazio dei modelli nel rispetto di alcuni criteri di coerenza (Edwards, Havránek, 1987 e Malvestuto, 1996) e portano alla selezione di un modello adeguato.

### 3. Gli algoritmi genetici

Gli algoritmi genetici sono procedure stocastiche proposte per l'ottimizzazione di sistemi complessi (Box, 1957; Holland, 1975, 1992 e Goldberg, 1989). Il loro funzionamento è basato sull'evoluzione di popolazioni di potenziali soluzioni al problema che si realizza con l'applicazione di operatori stocastici che emulano le variazioni genetiche. In questo modo si ottengono popolazioni potenzialmente migliori rispetto alle precedenti.

L'implementazione di questi algoritmi richiede la rappresentazione dello spazio di ricerca come insieme di sequenze di valori, generalmente espresse in alfabeto binario, che corrispondono agli individui della popolazione o, più precisamente al "codice genetico" degli individui. Obiettivo dell'algoritmo è l'identificazione dell'individuo che valutiamo "migliore" nel risolvere il problema considerato. Ogni individuo della popolazione viene perciò valutato mediante una opportuna funzione di adattamento, o funzione obiettivo.

*Fig.2: Struttura di un algoritmo genetico elementare*

```
Algoritmo genetico elementare ()
{
t:=0;
crea popolazione iniziale  $P(t)$ ;
valuta  $P(t)$  con funzione obiettivo;
finché non si ottiene convergenza
{
t:=t+1;
seleziona  $P(t)$  da  $P(t-1)$ ;
applica operatore di incrocio a  $P(t)$ ;
applica mutazione a  $P(t)$ ;
valuta  $P(t)$  con funzione obiettivo;
}
}
```

Gli algoritmi genetici, nella formulazione più semplice, generano casualmente una popolazione iniziale di individui che vengono valutati secondo una funzione obiettivo. Si opera quindi una selezione stocastica di tali individui che si basa sui valori assunti dalla funzione obiettivo. Agli individui selezionati per partecipare alla generazione successiva si applicano inoltre altri operatori che emulano i meccanismi dell'evoluzione genetica. In particolare si eseguono "incroci" tra individui per uno scambio di

componenti di informazione e per l'aggregazione delle componenti migliori. Si eseguono "mutazioni" dei singoli elementi componenti l'individuo per evitare perdite precoci di elementi informativi. Si sopprimono le soluzioni peggiori e si trasmettono inalterate le soluzioni migliori. Molti e più specifici operatori possono inoltre essere applicati. La procedura è iterata fino al soddisfacimento di una regola di arresto. In Fig.2 è riprodotto un esempio di algoritmo genetico.

La teoria degli algoritmi genetici elaborata da Holland (1975, 1995) si basa sul principio che gli insiemi di valori che rappresentano individui con valori elevati della funzione obiettivo risultano composti da insiemi di valori (*building-blocks*) che attribuiscono elevato adattamento agli individui che li posseggono. Il funzionamento degli algoritmi genetici è basato sull'identificazione e l'utilizzo in modo parallelo dei *building-blocks*. Questa caratteristica degli algoritmi genetici è nota come "parallelismo implicito" (si veda anche Mitchell, 1996).

Nel prossimo paragrafo il problema della selezione di un modello grafico viene implementato sotto forma di algoritmo genetico nel quale gli individui sono grafi non orientati e le loro unità componenti sono sottografi di dimensione variabile.

#### 4. L'algoritmo genetico nella scelta del modello grafico

L'applicazione degli algoritmi genetici alla selezione di modelli riconduce la procedura di selezione ad un problema di ottimizzazione di una funzione definita su uno spazio di dimensioni elevate che rappresenta lo spazio dei possibili modelli. La scelta di un modello grafico per  $k$  variabili coinvolge uno spazio di ricerca di  $2^{\binom{k}{2}}$  individui costituiti da tutti i grafi non orientati con  $k$  vertici.

La costruzione dell'algoritmo genetico richiede, in prima istanza, la codifica dello spazio di ricerca e l'identificazione di una funzione obiettivo da ottimizzare, e quindi la specificazione degli operatori genetici che regolano la transizione aleatoria da una generazione alla successiva.

L'algoritmo genetico da noi implementato rappresenta gli individui in forma di stringa binaria associando un *bit* ad ognuno dei possibili  $\binom{k}{2}$  archi del grafo. Ad ogni individuo  $\mathcal{G}$  è assegnato il valore di una funzione di verosimiglianza penalizzata. Per questa implementazione dell'algoritmo è stata scelta una funzione di adattamento basata sul criterio di Akaike (Akaike, 1973), che può essere scritta come

$$f(\mathcal{G}) = -2\{l(\hat{p}^*) - l(\hat{p})\} + 2\{\dim(V, \mathcal{G}^*) - \dim(V, \mathcal{G})\} \quad (4)$$

dove  $\mathcal{G}^*$  denota il grafo completo mentre le stime  $\hat{p}^*$  e  $\hat{p}$  di  $\{p(i)\}_{i \in \mathcal{I}}$  sono calcolate rispettivamente per il modello saturo e per il modello relativo a  $\mathcal{G}$ .

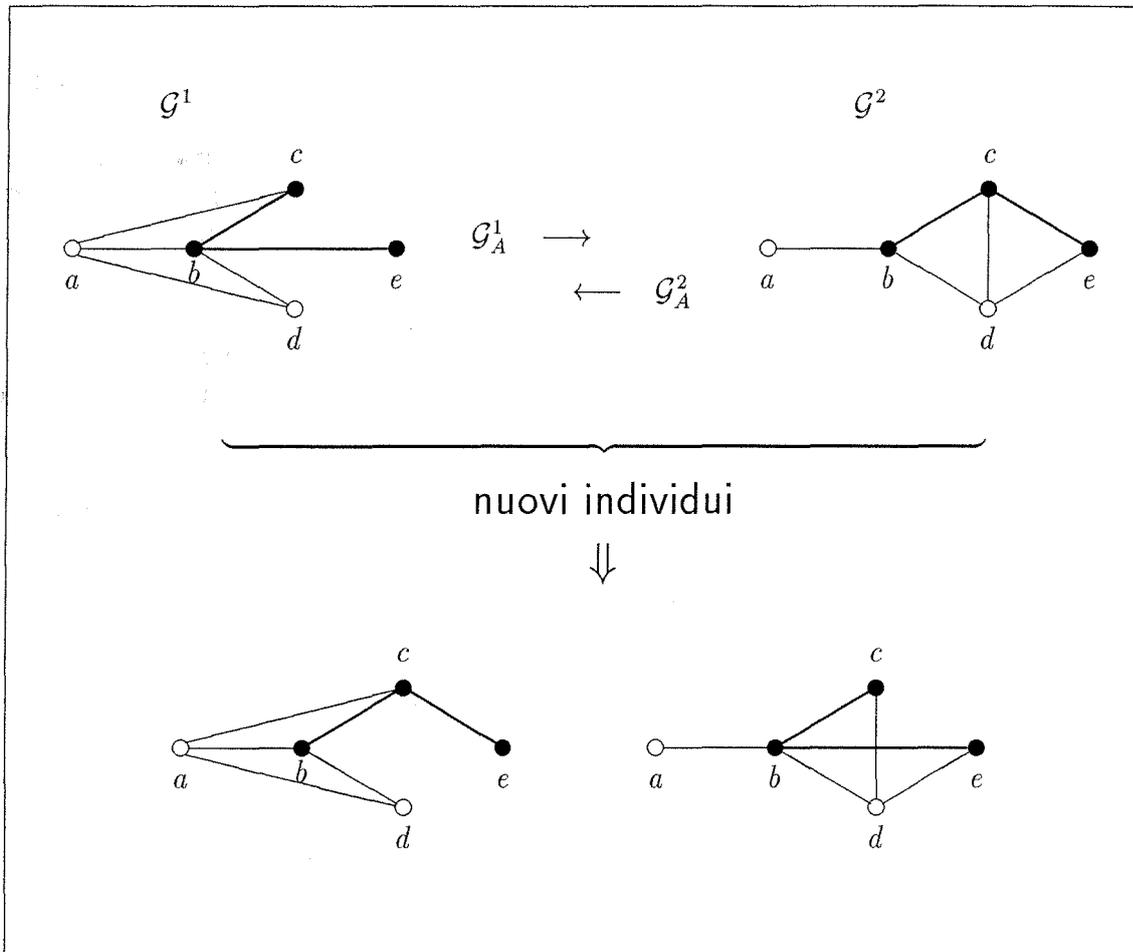
L'algoritmo è stato inizializzato mediante la creazione di una popolazione casuale di 150 modelli. Nella generazione delle popolazioni successive si è garantita la sopravvivenza degli individui migliori ("elitismo") in una percentuale del 5% e, allo scopo di prevenire la convergenza prematura dell'algoritmo, è stata adottata una procedura di selezione di tipo *stochastic universal sampling* (Baker, 1987) applicata ad una opportuna trasformazione monotona della funzione di adattamento. La probabilità di mutazione è stata fissata a 0,015. La procedura iterativa dell'algoritmo si arresta al

raggiungimento di una soluzione che rimane invariata per almeno 10 generazioni successive.

Nella costruzione dell'algoritmo genetico per modelli grafici si propone in questo lavoro un operatore particolare di incrocio che si avvale della rappresentazione a grafo dei modelli. L'operatore di incrocio regola lo scambio di componenti di informazione tra coppie di individui per dare origine a nuovi individui. Tra gli operatori genetici, l'operatore di incrocio è quello che più contraddistingue le diverse implementazioni dell'algoritmo. Infatti un operatore di incrocio che agisca in modo corretto sulle unità componenti degli individui conferisce all'algoritmo la capacità di esplorare efficacemente lo spazio di ricerca rendendo l'intera procedura più efficiente.

L'operatore da noi proposto seleziona coppie di grafi, ad esempio  $\mathcal{G}^1$  e  $\mathcal{G}^2$ , e scelto casualmente un sottoinsieme  $A$  di  $V$  genera due nuovi grafi mediante lo scambio tra  $\mathcal{G}^1$  e  $\mathcal{G}^2$  dei sottografi  $\mathcal{G}_A^1$  e  $\mathcal{G}_A^2$ . Si noti che se  $|A| = 2$  lo scambio coinvolge un solo arco. Nella Fig.3 è illustrato un esempio nel quale l'operatore di incrocio è applicato a due grafi con 5 vertici ( $V = \{a, b, c, d, e\}$ ) e  $A = \{b, c, e\}$ .

Fig.3: Funzionamento dell'operatore di incrocio



L'impiego di questo operatore si basa sull'idea che un sottografo che descriva bene la struttura di indipendenza condizionale del corrispondente sottoinsieme di va-

riabili conferisce un buon adattamento all'intero modello. Questa trova giustificazione nelle proprietà di calcolo locale legate ai modelli grafici. In particolare se  $(A, B)$  forma una decomposizione di  $\mathcal{G}$ , sia la funzione di verosimiglianza che la dimensione del modello possono essere calcolate localmente con riferimento ai modelli marginali specificati da  $\mathcal{G}_A$  e  $\mathcal{G}_B$  (Lauritzen, 1996: 90 e 105). Conseguentemente la (4) può essere scritta come combinazione lineare di funzioni di adattamento per i sottografi indotti da  $A$  e  $B$ :

$$f(\mathcal{G}) = f(\mathcal{G}_A) + f(\mathcal{G}_B) - f(\mathcal{G}_{A \cap B}). \quad (5)$$

L'operatore di incrocio proposto si propone di sfruttare il parallelismo implicito intrinseco negli algoritmi genetici per massimizzazione in modo parallelo le unità componenti della funzione obiettivo.

## 5. Uno studio di simulazione

L'algoritmo proposto per la scelta di un modello grafico è stato valutato eseguendo uno studio di simulazione che confronta le prestazioni di tale metodologia con le prestazioni di una metodologia di tipo più tradizionale e ampiamente in uso negli studi applicativi come la procedura *stepwise*.

Per lo studio di simulazione si sono considerate 10 variabili dicotomiche ( $|\mathcal{I}| = 2^{10} = 1024$ ). Per  $k = 10$  il grafo completo ha 45 archi e il numero di possibili modelli è  $2^{45} \approx 10^{13,5}$ .

Sono stati costruiti in modo casuale 3 grafi:  $\mathcal{G}_1$  con classe generatrice  $\mathcal{C}_1 = \{\{aj\}, \{bceg\}, \{bf\}, \{ci\}, \{deg\}, \{dh\}, \{fj\}\}$  (13 archi, grafo sparso),  $\mathcal{G}_2$  con classe generatrice  $\mathcal{C}_2 = \{\{cdfgj\}, \{bdghj\}, \{dfghj\}, \{bdehj\}, \{bdehi\}, \{abehi\}\}$  (21 archi) e  $\mathcal{G}_3$  con classe generatrice  $\mathcal{C}_3 = \{\{efh\}, \{ai\}, \{fhi\}, \{cgh\}, \{bcdej\}, \{cdehj\}\}$  (30 archi, grafo denso). Per ognuno dei tre grafi sono stati generati 10 insiemi di  $n$  osservazioni dal modello log-lineare grafico corrispondente. Ogni insieme di dati è ottenuto da una diversa distribuzione di probabilità  $\{p(i)\}_{i \in \mathcal{I}}$  generata casualmente dalla distribuzione hyper-Dirichlet (Dawid, Lauritzen, 1993) associata al modello. Allo scopo di evitare che i risultati dell'analisi risentano dei problemi legati alla trattazione di tabelle sparse, il numero delle osservazioni,  $n$ , di ogni insieme di dati è stato posto uguale a 20.000.

L'algoritmo genetico è stato codificato nel linguaggio *MATLAB* mentre per il confronto è stata impiegata una procedura *stepwise* automatica di tipo *backward elimination* coerente, anch'essa basata sul criterio di Akaike, disponibile nel programma per modelli grafici *CoCo* (Badsberg, 1991).

Le due procedure sono state applicate ad ogni insieme di dati e i valori di adattamento dei modelli selezionati messi a confronto. È stato inoltre verificato se i modelli selezionati corrispondono a punti di massimo della funzione obiettivo confrontando il valore di adattamento di ogni modello con quello di tutti i suoi vicini.

È noto che tra i criteri del tipo verosimiglianza penalizzata, il criterio di Akaike tende a selezionare modelli con un numero elevato di parametri. Per questa ragione si è ritenuto di interesse associare un indice di sovrapparametrizzazione ai modelli selezionati. Questo è stato calcolato come differenza tra il numero di archi del grafo

relativo modello selezionato e il numero di archi del grafo corrispondente al modello utilizzato per generare i dati. Ad esempio, per il primo insieme di dati per il modello relativo al grafo con 13 archi,  $\mathcal{G}_1$ , la procedura *stepwise* ha selezionato un modello il cui grafo ha 29 archi e il corrispondente indice di sovrapparametrizzazione assume valore  $16 = (29 - 13)$ .

Nella Tab.1 sono riportati i risultati delle simulazioni. Per ognuno dei  $3 \times 10$  insiemi di dati sono stati selezionati due modelli: uno con l'algoritmo genetico (AG) e uno con la procedura *backward elimination* (BE). Per ogni modello sono riportati l'indice di sovrapparametrizzazione e una sigla: **Opt** per indicare che al modello è associato il valore massimo osservato della funzione obiettivo e **max** per indicare che il modello corrisponde ad un punto di massimo relativo della funzione obiettivo. I modelli ai quali non è associata alcuna sigla non sono punti di massimo.

È stato verificato che tutti i modelli migliori (**Opt**) corrispondono a punti di massimo della funzione obiettivo.

Tab.1: Risultato delle simulazioni

$\mathcal{G}_1$ (13 archi)			$\mathcal{G}_2$ (21 archi)			$\mathcal{G}_3$ (30 archi)		
Ins. Dati	AG	BE	Ins. Dati	AG	BE	Ins. Dati	AG	BE
1	Opt 9	16	1	Opt 1	8	1	Opt 8	Opt 8
2	Opt 0	9	2	Opt 8	Opt 8	2	Opt 7	7
3	Opt 9	17	3	Opt 5	3	3	Opt 8	Opt 8
4	Opt 8	8	4	Opt 9	8	4	max 6	Opt 8
5	Opt 6	10	5	Opt 7	8	5	Opt 8	Opt 8
6	max 7	Opt 10	6	Opt 7	9	6	Opt 6	7
7	Opt 7	13	7	max 7	Opt 8	7	Opt 7	Opt 7
8	Opt 13	12	8	Opt 8	11	8	Opt 6	6
9	Opt 5	13	9	Opt 9	Opt 9	9	max 7	Opt 9
10	Opt 7	13	10	Opt 9	9	10	Opt 7	Opt 7

I risultati ottenuti dalle simulazioni dimostrano la superiorità dell'algoritmo genetico rispetto alla procedura *stepwise* usata per il confronto: l'algoritmo genetico ha selezionato modelli peggiori solo in 4 dei 30 casi (il sesto insieme di dati per  $\mathcal{G}_1$ , il settimo per  $\mathcal{G}_2$ , il quarto e il nono per  $\mathcal{G}_3$ ). Occorre inoltre osservare che per il grafo denso la procedura *stepwise* fornisce risultati buoni, ma che questi peggiorano all'aumentare della sparsità del grafo. In particolare per il grafo sparso la procedura *stepwise* tende a selezionare modelli altamente sovrapparametrizzati.

Questo studio è stato effettuato con l'impiego di una stazione di lavoro Sun Sparc Ultra 2 220. L'algoritmo genetico ha richiesto un tempo-macchina superiore alla procedura *stepwise* poiché ha esaminato un numero di modelli notevolmente superiore. È importante però notare che nel caso peggiore l'algoritmo ha richiesto la generazione di 56 popolazioni per raggiungere la convergenza, con un tempo-macchina inferiore a 15 minuti, dimostrando una buona efficienza rispetto ai risultati conseguiti e alla dimensione dello spazio di ricerca.

## 6. Conclusioni

Le procedure tradizionali per la selezione di modelli sono state disegnate per identificare modelli adeguati con un costo computazionale minimo, allo scopo di garantirne l'effettiva implementabilità. In questi ultimi anni il notevole sviluppo in termini di potenza e di efficienza degli strumenti di calcolo ha reso possibile l'implementazione di tecniche nuove, computazionalmente più costose, ma con migliore capacità di adattamento alle caratteristiche specifiche del problema in analisi. I risultati conseguiti in questo lavoro mostrano che gli algoritmi genetici, avvalendosi della struttura a grafo del modello, riescono a esplorare lo spazio dei modelli in modo efficiente e forniscono soluzioni migliori rispetto alle procedure classiche, con un aumento limitato della complessità computazionale.

### Riferimenti bibliografici

- AKAIKE, H. (1973), "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle", In *2nd International Symposium on Information Theory*, Eds B.N. Petrov and F. Csaki, Budapest: Akademia Kiado, pp. 267-281.
- BADSBERG, J.H. (1991), "A guide to CoCo", *Technical Report 91-43*, Institute for Electronic Systems, University of Aalborg.
- BAKER, J. (1987), "Reducing bias and inefficiency in the selection algorithm", In *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, J.J. Grefenstete Ed, Morgan Kaufmann.
- BISHOP Y.M., FIENBERG S., HOLLAND, P. (1975), *Discrete Multivariate Analysis*, M.I.T. Press: Cambridge, Mass.
- BOX G.E.P. (1957) "Evolutionary operation: A method for increasing industrial productivity". *Journal of the Royal Statistical Society*, C 6, 2, pp. 81-101.
- DARROCH J.N., LAURITZEN S.L. E SPEED T.P. (1980) "Markov fields and log-linear interaction models for contingency tables", *Annals of Statistics*, 11, 3, pp.724-738.
- DAWID A.P., LAURITZEN S.L. (1993), "Hyper Markov laws in the statistical analysis of decomposable graphical models", *Annals of Statistics*, 21, pp. 1272-317.
- EDWARDS D.E. (1995), *Introduction to graphical modelling*, Springer-Verlag, New York.

- EDWARDS D.E., HAVRÁNEK T. (1987) "A Fast Model Selection Procedure for Large Families of Models", *Journal of the American Statistical Association*, 82, pp.205-213.
- GOLDBERG D.E. (1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimisation, and Machine Learning*, Addison-Wesley.
- HOLLAND J.H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, MIT Press, Cambridge Mass.
- HOLLAND J.H. (1992), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor: The University of Michigan Press.
- HOLLAND J.H. (1995), *Hidden Order*, Addison-Wesley.
- LAURITZEN S.L. (1996), *Graphical Models*, Oxford: Oxford University Press.
- MALVESTUTO F.M. (1996), "An axiomatisation of log-linear models with an application to the model-search problem", In *Learning from Data: Artificial Intelligence and Statistics V*, (D. Fisher e H. Lenz, eds), Springer-Verlag, New York, pp.175-184.
- MITCHELL M. (1996), *An Introduction to Genetic Algorithms*, M.I.T. Press.
- WHITTAKER J. (1990), *Graphical Models in Applied Multivariate Statistics*, Wiley: Chichester.



1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Yoan Violet Robinson (1903-1983)", pp. 134
2. Sergio Lugaresi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp. 26
3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp. 158
4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario ed occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp. 52
5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp. 25
6. Marco Lippi [1986] "Aggregations and Dynamic in One-Equation Econometric Models", pp. 64
7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp. 41
8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp. 165
9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp. 56
10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp. 54
11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp. 31
12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp. 40
13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Comodity", pp. 30
14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp. 66
15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul cap. 17 della General Theory", pp. 42
16. Marina Murat [1986] "Betwin old and new classical macroeconomics: notes on Lejohnfuvud's notion of full information equilibrium", pp. 20
17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp. 48
18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp. 13
19. Sergio Lugaresi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17
20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L'immagine neopopolista di mercato debole nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34
21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari nel regime misto per i dividendi proposto dalla commissione Sarcinelli: una nota critica", pp. 9
22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38
23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa'", pp. 12
24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits. Some Thoughts on Marx, Kalecki and Sraffa", pp. 41
25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40
26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36
27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18
28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62
29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A discipline of Keynes", pp. 118
30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34
31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25
32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45
33. Margherita Russo [1988] "Distretto Industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157
34. Margherita Russo [1988] "The effect of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28
35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimations of multivariate transfer functions", pp. 33
36. Nerio Naldi [1988] "'Keynes' concept of capital", pp. 40
37. Andrea Ginzburg [1988] "locomotiva Italia?", pp. 30
38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali", pp. 40
39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo I contadini italiani della 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria", pp. 40
40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta", pp. 120
41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di isteresi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale", pp. 44
42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualità della borsa valori", pp. 12
43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1918): the moral and political content of social unrest", pp. 41
44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining", pp. 56
45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia", pp. 84
46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous cancellation': a Note on a Paper by Nelson and Plosser", pp. 4
47. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione", pp. 26
48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconomici", pp. 21
49. Marco Lippi [1989] "A Shorte Note on Cointegration and Aggregation", pp. 11
50. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an International One", pp. 40
51. Gabriele Pastrello [1989] "Francois quesnay: dal Tableau Zig-zag al Tableau Formule: una ricostruzione", pp. 48
52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato", pp. 34
53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di storia sociale contemporanea", pp. 26
54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed through the Queueing Model", pp. 23
55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria dell'università", pp. 11

56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'filiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano", pp. 164
57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA", pp. 24
58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilia Labour Force Data", pp. 18
59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica Nazionale e commercio internazionale", pp. 22
60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti", pp. 13
61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future prospectives", pp. 32
62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali. Il caso Magneti Marelli", pp. 23
63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento", pp. 30
64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna", pp. 37
65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models", pp. 19
66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma", pp. 28
67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata", pp. 20
68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione", pp. 65
69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello "fondi e flussi" applicato ad una filiera agro-industriale", pp. 38
70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica", pp. 115
71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi", pp. 119
72. Paolo Silvestri [1990] "La Legge Finanziaria. Voce dell'enciclopedia Europea Garzanti", pp. 8
73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani", pp. 57
74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle Grandezze distributive: la scala mobile e l'appiattimento delle retribuzioni in una ricerca", pp. 120
75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. I", pp. 150
76. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II", pp. 145
78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezioni di portafoglio", pp. 4
77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining", pp. 15
79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione", pp. 6
80. Francesca Bergamini [1991] "Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining", pp. 21
81. Michele Grillo e Michele Polo [1991] "Political Exchange and the allocation of surplus: a Model of Two-party competition", pp. 34
82. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "The 1990 Polish Recession: a Case of Truncated Multiplier Process", pp. 26
83. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "Polish firms: Private Vices Public Virtues", pp. 20
84. Sebastiano Brusco e Sergio Paba [1991] "Connessioni, competenze e capacità concorrenziale nell'industria della Sardegna", pp. 25
85. Claudio Grimaldi, Rony Hamoui, Nicola Rossi [1991] "Non Marketable assets and households' Portfolio Choice: a Case of Study of Italy", pp. 38
86. Giulio Righi, Massimo Baldini, Alessandra Brambilla [1991] "Le misure degli effetti redistributivi delle imposte indirette: confronto tra modelli alternativi", pp. 47
87. Roberto Fanfani, Luca Lanini [1991] "Innovazione e servizi nello sviluppo della meccanizzazione agricola in Italia", pp. 35
88. Antonella Caiumi e Roberto Golinelli [1992] "Stima e applicazioni di un sistema di domanda Almost Ideal per l'economia italiana", pp. 34
89. Maria Cristina Marcuzzo [1992] "La relazione salari-occupazione tra rigidità reali e rigidità nominali", pp. 30
90. Mario Biagioli [1992] "Employee financial participation in enterprise results in Italy", pp. 50
91. Mario Biagioli [1992] "Wage structure, relative prices and international competitiveness", pp. 50
92. Paolo Silvestri e Giovanni Solinas [1993] "Abbandoni, esiti e carriera scolastica. Uno studio sugli studenti iscritti alla Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Modena nell'anno accademico 1990/1991", pp. 30
93. Gian Paolo Caselli e Luca Martinelli [1993] "Italian GPN growth 1890-1992: a unit root or segmented trend representatin?", pp. 30
94. Angela Politi [1993] "La rivoluzione fraintesa. I partigiani emiliani tra liberazione e guerra fredda, 1945-1955", pp. 55
95. Alberto Rinaldi [1993] "Lo sviluppo dell'industria metalmeccanica in provincia di Modena: 1945-1990", pp. 70
96. Paolo Emilio Mistrulli [1993] "Debito pubblico, intermediari finanziari e tassi d'interesse: il caso italiano", pp. 30
97. Barbara Pistoresi [1993] "Modelling disaggregate and aggregate labour demand equations. Cointegration analysis of a labour demand function for the Main Sectors of the Italian Economy: 1950-1990", pp. 45
98. Giovanni Bonifati [1993] "Progresso tecnico e accumulazione di conoscenza nella teoria neoclassica della crescita endogena. Una analisi critica del modello di Romer", pp. 50
99. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1994] "The relationship(s) among Wages, Prices, Unemployment and Productivity in Italy", pp. 30
100. Mario Forni [1994] "Consumption Volatility and Income Persistence in the Permanent Income Model", pp. 30
101. Barbara Pistoresi [1994] "Using a VECM to characterise the relative importance of permanent and transitory components", pp. 28
102. Gian Paolo Caselli and Gabriele Pastrello [1994] "Polish recovery form the slump to an old dilemma", pp. 20
103. Sergio Paba [1994] "Imprese visibili, accesso al mercato e organizzazione della produzione", pp. 20
104. Giovanni Bonifati [1994] "Progresso tecnico, investimenti e capacità produttiva", pp. 30
105. Giuseppe Marotta [1994] "Credit view and trade credit: evidence from Italy", pp. 20
106. Margherita Russo [1994] "Unit of investigation for local economic development policies", pp. 25
107. Luigi Brighi [1995] "Monotonicity and the demand theory of the weak axioms", pp. 20
108. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Modelling the impact of technological change across sectors and over time in manufacturing", pp. 25
109. Marcello D'Amato and Barbara Pistoresi [1995] "Modelling wage growth dynamics in Italy: 1960-1990", pp. 38
110. Massimo Baldini [1995] "INDIMOD. Un modello di microsimulazione per lo studio delle imposte indirette", pp. 37

111. Paolo Bosi [1995] "Regionalismo fiscale e autonomia tributaria: l'emersione di un modello di consenso", pp. 38
112. Massimo Baldini [1995] "Aggregation Factors and Aggregation Bias in Consumer Demand", pp. 33
113. Costanza Torricelli [1995] "The information in the term structure of interest rates. Can stochastic models help in resolving the puzzle?" pp. 25
114. Margherita Russo [1995] "Industrial complex, pôle de développement, distretto industriale. Alcune questioni sulle unità di indagine nell'analisi dello sviluppo." pp. 45
115. Angelika Moryson [1995] "50 Jahre Deutschland. 1945 - 1995" pp. 21
116. Paolo Bosi [1995] "Un punto di vista macroeconomico sulle caratteristiche di lungo periodo del nuovo sistema pensionistico italiano." pp. 32
117. Gian Paolo Caselli e Salvatore Curatolo [1995] "Esistono relazioni stimabili fra dimensione ed efficienza delle istituzioni e crescita produttiva? Un esercizio nello spirito di D.C. North." pp. 11
118. Mario Forni e Marco Lippi [1995] "Permanent income, heterogeneity and the error correction mechanism." pp. 21
119. Barbara Pistoresi [1995] "Co-movements and convergence in international output. A Dynamic Principal Components Analysis" pp. 14
120. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Dynamic common factors in large cross-section" pp. 17
121. Giuseppe Marotta [1995] "Il credito commerciale in Italia: una nota su alcuni aspetti strutturali e sulle implicazioni di politica monetaria" pp. 20
122. Giovanni Bonifati [1995] "Progresso tecnico, concorrenza e decisioni di investimento: una analisi delle determinanti di lungo periodo degli investimenti" pp. 25
123. Giovanni Bonifati [1995] "Cambiamento tecnico e crescita endogena: una valutazione critica delle ipotesi del modello di Romer" pp. 21
124. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "La riservatezza del banchiere centrale è un bene o un male? Effetti dell'informazione incompleta sul benessere in un modello di politica monetaria." pp. 32
125. Barbara Pistoresi [1995] "Radici unitarie e persistenza: l'analisi univariata delle fluttuazioni economiche." pp. 33
126. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "Co-movements in European real outputs" pp. 20
127. Antonio Ribba [1996] "Ciclo economico, modello lineare-stocastico, forma dello spettro delle variabili macroeconomiche" pp. 31
128. Carlo Alberto Magni [1996] "Repeatable and una tantum real options a dynamic programming approach" pp. 23
129. Carlo Alberto Magni [1996] "Opzioni reali d'investimento e interazione competitiva: programmazione dinamica stocastica in optimal stopping" pp. 26
130. Carlo Alberto Magni [1996] "Vaghezza e logica fuzzy nella valutazione di un'opzione reale" pp. 20
131. Giuseppe Marotta [1996] "Does trade credit redistribution thwart monetary policy? Evidence from Italy" pp. 20
132. Mauro Dell'Amico e Marco Trubian [1996] "Almost-optimal solution of large weighted equicut problems" pp. 30
133. Carlo Alberto Magni [1996] "Un esempio di investimento industriale con interazione competitiva e avversione al rischio" pp. 20
134. Margherita Russo, Peter Børkey, Emilio Cubel, François Lévêque, Francisco Mas [1996] "Local sustainability and competitiveness: the case of the ceramic tile industry" pp. 66
135. Margherita Russo [1996] "Camionetto tecnico e relazioni tra imprese" pp. 190
136. David Avra Lane, Irene Poli, Michele Lalla, Alberto Roverato [1996] "Lezioni di probabilità e inferenza statistica" pp. 288
137. David Avra Lane, Irene Poli, Michele Lalla, Alberto Roverato [1996] "Lezioni di probabilità e inferenza statistica - Esercizi svolti -" pp. 302
138. Barbara Pistoresi [1996] "Is an Aggregate Error Correction Model Representative of Disaggregate Behaviours? An example" pp. 24
139. Luisa Malaguti e Costanza Torricelli [1996] "Monetary policy and the term structure of interest rates" pp. 30
140. Mauro Dell'Amico, Martine Labbé, Francesco Maffioli [1996] "Exact solution of the SONET Ring Loading Problem", pp. 20
141. Mauro Dell'Amico, R.J.M. Vaessens [1996] "Flow and open shop scheduling on two machines with transportation times and machine-independent processing times in NP-hard, pp. 10
142. M. Dell'Amico, F. Maffioli, A. Sciomechen [1996] "A Lagrangean Heuristic for the Pirze Collecting Travelling Salesman Problem", pp. 14
143. Massimo Baldini [1996] "Inequality Decomposition by Income Source in Italy - 1987 - 1993", pp. 20
144. Graziella Bertocchi [1996] "Trade, Wages, and the Persistence of Underdevelopment" pp. 20
145. Graziella Bertocchi and Fabio Canova [1996] "Did Colonization matter for Growth? An Empirical Exploration into the Historical Causes of Africa's Underdevelopment" pp. 32
146. Paola Bertolini [1996] "La modernization de l'agriculture italienne et le cas de l'Emilie Romagne" pp. 20
147. Enrico Giovannetti [1996] "Organisation industrielle et développement local: le cas de l'agroindustrie in Emilie Romagne" pp. 18
148. Maria Elena Bontempi e Roberto Golinelli [1996] "Le determinanti del leverage delle imprese: una applicazione empirica ai settori industriali dell'economia italiana" pp. 31
149. Paola Bertolini [1996] "L'agriculture et la politique agricole italienne face aux recents scenarios", pp. 20
150. Enrico Giovannetti [1996] "Il grado di utilizzo della capacità produttiva come misura dei costi di transazione: una rilettura di "Nature of the Firm" di R. Coase", pp. 75
151. Enrico Giovannetti [1996] "Il I° ciclo del Diploma Universitario Economia e Amministrazione delle Imprese", pp. 25
152. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti, Giulia Santacaterina [1996] "Il Settore del Verde Pubblico. Analisi della domanda e valutazione economica dei benefici", pp. 35
153. Giovanni Solinas [1996] "Sistemi produttivi del Centro-Nord e del Mezzogiorno. L'industria delle calzature", pp. 55
154. Tindara Addabbo [1996] "Married Women's Labour Supply in Italy in a Regional Perspective", pp. 85
155. Paolo Silvestri, Giuseppe Catalano, Cristina Bevilacqua [1996] "Le tasse universitarie e gli interventi per il diritto allo studio: la prima fase di applicazione di una nuova normativa" pp. 159
156. Sebastiano Brusco, Paolo Bertossi, Margherita Russo [1996] "L'industria dei rifiuti urbani in Italia", pp. 25
157. Paolo Silvestri, Giuseppe Catalano [1996] "Le risorse del sistema universitario italiano: finanziamento e governo" pp. 400
158. Carlo Alberto Magni [1996] "Un semplice modello di opzione di differimento e di vendita in ambito discreto", pp. 10
159. Tito Pietra, Paolo Siconolfi [1996] "Fully Revealing Equilibria in Sequential Economies with Asset Markets" pp. 17
160. Tito Pietra, Paolo Siconolfi [1996] "Extrinsic Uncertainty and the Informational Role of Prices" pp. 42
161. Paolo Bertella Farnetti [1996] "Il negro e il rosso. Un precedente non esplorato dell'integrazione afroamericana negli Stati Uniti" pp. 26
162. David Lane [1996] "Is what is good for each best for all? Learning from others in the information contagion model" pp. 18

163. Antonio Ribba [1996] "A note on the equivalence of long-run and short-run identifying restrictions in cointegrated systems" pp. 10
164. Antonio Ribba [1996] "Scomposizioni permanenti-transitorie in sistemi cointegrati con una applicazione a dati italiani" pp. 23
165. Mario Forni, Sergio Paba [1996] "Economic Growth, Social Cohesion and Crime" pp. 20
166. Mario Forni, Lucrezia Reichlin [1996] "Let's get real: a factor analytical approach to disaggregated business cycle dynamics" pp. 25
167. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1996] "So many Italies: Statistical Evidence on Regional Cohesion" pp. 31
168. Elena Bonfiglioli, Paolo Bosi, Stefano Toso [1996] "L'equità del contributo straordinario per l'Europa" pp. 20
169. Graziella Bertocchi, Michael Spagat [1996] "Il ruolo dei licei e delle scuole tecnico-professionali tra progresso tecnologico, conflitto sociale e sviluppo economico" pp. 37
170. Gianna Boero, Costanza Torricelli [1997] "The Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates: Evidence for Germany" pp. 15
171. Mario Forni, Lucrezia Reichlin [1997] "National Policies and Local Economies: Europe and the US" pp. 22
172. Carlo Alberto Magni [1997] "La trappola del Roe e la tridimensionalità del Van in un approccio sistemico", pp. 16
173. Mauro Dell'Amico [1997] "A Linear Time Algorithm for Scheduling Outforests with Communication Delays on Two or Three Processor" pp. 18
174. Paolo Bosi [1997] "Aumentare l'età pensionabile fa diminuire la spesa pensionistica? Ancora sulle caratteristiche di lungo periodo della riforma Dini" pp. 13
175. Paolo Bosi e Massimo Matteuzzi [1997] "Nuovi strumenti per l'assistenza sociale" pp. 31
176. Mauro Dell'Amico, Francesco Maffioli e Marco Trubian [1997] "New bounds for optimum traffic assignment in satellite communication" pp. 21
177. Carlo Alberto Magni [1997] "Paradossi, inverosimiglianze e contraddizioni del Van: operazioni certe" pp. 9
178. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1997] "Persistence of relative unemployment rates across italian regions" pp. 25
179. Margherita Russo, Franco Cavedoni e Riccardo Pianesani [1997] "Le spese ambientali dei Comuni in provincia di Modena, 1993-1995" pp. 23
180. Gabriele Pastrello [1997] "Time and Equilibrium, Two Elisive Guests in the Keynes-Hawtrey-Robertson Debate in the Thirties" pp. 25
181. Luisa Malaguti e Costanza Torricelli [1997] "The Interaction Between Monetary Policy and the Expectation Hypothesis of the Term Structure of Interest rates in a N-Period Rational Expectation Model" pp. 27
182. Mauro Dell'Amico [1997] "On the Continuous Relaxation of Packing Problems - Technical Note" pp. 8
183. Stefano Bordini [1997] "Prova di Idoneità di Informatica Dispensa Esercizi Excel 5" pp. 49
184. Francesca Bergamini e Stefano Bordini [1997] "Una verifica empirica di un nuovo metodo di selezione ottima di portafoglio" pp. 22
185. Gian Paolo Caselli e Maurizio Battini [1997] "Following the tracks of atkinson and micklewright the changing distribution of income and earnings in poland from 1989 to 1995". pp. 21
186. Mauro Dell'Amico e Francesco Maffioli [1997] "Combining Linear and Non-Linear Objectives in Spanning Tree Problems" pp. 21
187. Gianni Ricci e Vanessa Debbia [1997] "Una soluzione evolutiva in un gioco differenziale di lotta di classe" pp. 14
188. Fabio Canova e Eva Ortega [1997] "Testing Calibrated General Equilibrium Model" pp. 34
189. Fabio Canova [1997] "Does Detrending Matter for the Determination of the Reference Cycle and the Selection of Turning Points?" pp. 35
190. Fabio Canova e Gianni De Nicolò [1997] "The Equity Premium and the Risk Free Rate: A Cross Country, Cross Maturity Examination" pp. 41
191. Fabio Canova e Angel J. Ubide [1997] "International Business Cycles, Financial Market and Household Production" pp. 32
192. Fabio Canova e Gianni De Nicolò [1997] "Stock Returns, Term Structure, Inflation and Real Activity: An International Perspective" pp. 33
193. Fabio Canova e Morten Ravn [1997] "The Macroeconomic Effects of German Unification: Real Adjustments and the Welfare State" pp. 34
194. Fabio Canova [1997] "Detrending and Business Cycle Facts" pp. 40
195. Fabio Canova e Morten O. Ravn [1997] "Crossing the Rio Grande: Migrations, Business Cycle and the Welfare State" pp. 37
196. Fabio Canova e Jane Marrinan [1997] "Sources and Propagation of International Output Cycles: Common Shocks or Transmission?" pp. 41
197. Fabio Canova e Albert Marcet [1997] "The Poor Stay Poor: Non-Convergence Across Countries and Regions" pp. 44
198. Carlo Alberto Magni [1997] "Un Criterio Strutturalista per la Valutazione di Investimenti" pp. 17
199. Stefano Bordini [1997] "Elaborazione Automatica dei Dati" pp. 60
200. Paolo Bertella Farnetti [1997] "The United States and the Origins of European Integration" pp. 19
201. Paolo Bosi [1997] "Sul Controllo Dinamico di un Sistema Pensionistico a Ripartizione di Tipo Contributivo" pp. 17
202. Paola Bertolini [1997] "European Union Agricultural Policy: Problems and Perspectives" pp. 18
203. Stefano Bordini [1997] "Supporti Informatici per la Ricerca delle soluzioni di Problemi Decisionali" pp. 30
204. Carlo Alberto Magni [1997] "Paradossi, Inverosimiglianze e Contraddizioni del Van: Operazioni Aleatorie" pp. 10
205. Carlo Alberto Magni [1997] "Tir, Roe e Van: Distorsioni linguistiche e Cognitive nella Valutazione degli Investimenti" pp. 17
206. Gisella Facchinetti, Roberto Ghiselli Ricci e Silvia Muzzioli [1997] "New Methods For Ranking Triangular Fuzzy Numbers: An Investment Choice" pp. 9
207. Mauro Dell'Amico e Silvano Martello [1997] "Reduction of the Three-Partition Problem" pp. 16
208. Carlo Alberto Magni [1997] "IRR, ROE and NPV: a Systemic Approach" pp. 20
209. Mauro Dell'Amico, Andrea Lodi e Francesco Maffioli [1997] "Solution of the cumulative assignment problem with a well-structured tabu search method" pp. 25
210. Carlo Alberto Magni [1997] "La definizione di investimento e criterio del Tir ovvero: la realtà inventata" pp. 16
211. Carlo Alberto Magni [1997] "Critica alla definizione classica di investimento: un approccio sistemico" pp. 17
212. Alberto Roverato [1997] "Asymptotic prior to posterior analysis for graphical gaussian models" pp. 8
213. Tindara Addabbo [1997] "Povertà nel 1995 analisi statica e dinamica sui redditi familiari" pp. 64
214. Gian Paolo Caselli e Franca Manghi [1997] "La transizione da piano a mercato e il modello di Ising" pp. 15
215. Tindara Addabbo [1998] "Lavoro non pagato e reddito esteso: un'applicazione alle famiglie italiane in cui entrambi i coniugi sono lavoratori dipendenti" pp. 54

216. Tindara Addabbo [1998] "Probabilità di occupazione e aspettative individuali" pp 36
217. Lara Magnani [1998] "Transazioni, contratti e organizzazioni: una chiave di lettura della teoria economica dell'organizzazione pp 39
218. Michele Lalla, Rosella Molinari e Maria Grazia Modena [1998] "La progressione delle carriere: i percorsi in cardiologia" pp 46
219. Lara Magnani [1998] "L'organizzazione delle transazioni di subfornitura nel distretto industriale" pp 40
220. Antonio Ribba [1998] "Recursive VAR orderings and identification of permanent and transitory shocks" pp12
221. Antonio Ribba [1998] "Granger-causality and exogeneity in cointegrated Var models" pp 5
222. Luigi Brighi e Marcello D'Amato [1998] "Optimal Procurement in Multiproduct Monopoly" pp 25
223. Paolo Bosi, Maria Cecilia Guerra e Paolo Silvestri [1998] "La spesa sociale nel comune Modena" Rapporto intermedio pp 37
224. Mario Forni e Marco Lippi [1998] "On the Microfoundations of Dynamic Macroeconomics" pp22
225. Roberto Ghiselli Ricci [1998] "Nuove Proposte di Ordinamento di Numeri Fuzzy. Una Applicazione ad un Problema di Finanziamento pp 7
226. Tommaso Minerva [1998] "Internet Domande e Risposte" pp 183
227. Tommaso Minerva [1998] "Elementi di Statistica Computazione. Parte Prima: Il Sistema Operativo Unix ed il Linguaggio C" pp. 57
228. Tommaso Minerva and Irene Poli [1998] "A Genetic Algorithms Selection Method for Predictive Neural Nets and Linear Models" pp. 60
229. Tommaso Minerva and Irene Poli [1998] "Building an ARMA Model by using a Genetic Algorithm" pp. 60
230. Mauro Dell'Amico e Paolo Toth [1998] "Algorithms and Codes for Dense Assignment Problems: the State of the Art "pp 35
231. Ennio Cavazzuti e Nicoletta Pacchiarotti [1998] How to play an hotelling game in a square town pp 12

