

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA

**DOTTORATO DI RICERCA IN METODI DI SIMULAZIONE E
PROGETTAZIONE MECCANICA**

- XXIV CICLO -

**SCUOLA DI DOTTORATO IN HIGH MECHANICS AND
AUTOMOTIVE DESIGN & TECHNOLOGY/MECCANICA
AAVANZATA E TECNICA DEL VEICOLO**

***Tecniche di simulazione e di modellazione
di macchine oleodinamiche a pistoncini assiali***

Relatore

Chiar.mo Prof. Ing. Massimo Borghi

Candidato

Dott. Ing. Emiliano Specchia

Direttore della Scuola di Dottorato

Chiar.mo Prof. Ing. Antonio Strozzi

Coordinatore del Dottorato

Chiar.mo Prof. A.O. Andrisano

Esame Finale 2012

Indice

Indice	1
1 Introduzione	2
2 Macchine a pistoncini assiali.....	4
3 Modello zero-dimensionale	11
3.1 Portata di comprimibilità	14
3.2 Portate di trafilamento.....	18
3.2.1 Meato pattino-piatto inclinato.....	19
3.2.2 Meato pistone-cilindro.....	20
3.2.3 Meato blocco cilindri-piatto di distribuzione	20
3.3 Taratura del modello.....	21
3.4 Analisi parametrica.....	26
3.5 Analisi cinematica.....	28
3.6 Analisi statica.....	37
3.7 Risultati.....	48
3.7.1 Distributore standard	48
3.7.2 Ritardo del piatto di distribuzione	89
4 La lubrificazione nelle macchine a pistoncini assiali.....	105
4.1 Meato pattino-piatto inclinato: modello di lubrificazione idrodinamica.....	108
4.1.1 Modello numerico	109
4.1.2 Risultati.....	113
4.2 Meato pattino-piatto inclinato : modello di lubrificazione elasto-idrodinamica.....	122
4.2.1 Algoritmo numerico	123
4.2.2 Modello numerico	128
4.2.3 Risultati.....	130
5 Conclusioni	136
Bibliografia	138

1 Introduzione

Questo lavoro ha come oggetto lo studio di macchine volumetriche a pistoni assiali. Le macchine volumetriche in generale trasferiscono un determinato volume per ciclo. Questo avviene in maniera indipendente (a livello teorico) dalla pressione di lavoro; nella realtà il volume trasferito per giro dipende sia dalla velocità di rotazione che dalle pressioni di esercizio; questa dipendenza viene espressa attraverso il rendimento volumetrico. In maniera speculare la coppia assorbita o erogata, si differenzia dal valore teorico attraverso il rendimento meccanico.

Il rendimento meccanico e quello volumetrico costituiscono quindi la carta d'identità di ogni macchina e sono espressione della bontà o meno della fase di progettazione nonché di produzione che stanno alle sue spalle. Nell'oleodinamica in generale e ancora di più nelle applicazioni a media e alta pressione, infatti, sono fondamentali tutti i parametri geometrici che caratterizzano un generico componente, ma sono altrettanto importanti i parametri micro-geometrici quali rugosità superficiali, planarità, coassialità, che vanno a incidere in maniera sostanziale sulle prestazioni, in termini di rendimento meccanico oltre che volumetrico, e in seconda battuta, anche se non meno importante, sulla vita della macchina e sulla capacità della stessa di mantenere più o meno costanti le prestazioni nel tempo. Per completezza si sottolinea come su questi due aspetti abbiano un'incidenza importante anche i materiali e i trattamenti che ne vanno a definire le proprietà fisico chimiche.

Questo scenario definisce abbastanza bene tutti gli aspetti che devono essere tenuti in considerazione nel momento in cui si decida di approcciarsi alla modellazione e simulazione di questo tipo di macchine, infatti ogni ipotesi che tralasci uno o più di questi aspetti porta alla perdita di informazioni del modello che si sta realizzando. Di contro va sottolineato che un modello si basa su delle ipotesi semplificative che permettono di approcciarsi a un problema con un livello di dettaglio necessario e sufficiente.

Come detto l'oggetto di questa tesi è lo studio, attraverso diverse tecniche di simulazione, e l'analisi delle macchine volumetriche a pistoni assiali.

Tale studio sarà sostanzialmente affrontato attraverso due tecniche, molto diverse tra loro, per la simulazione e analisi del comportamento di una macchina a pistoni assiali.

Il primo approccio consiste nella modellazione a parametri concentrati della macchina, al fine di ottenere uno strumento che sia in grado di determinare la dinamica di formazione di pressione all'interno della camera di ogni singolo pistone. Il codice di calcolo, così realizzato, costituisce un importante strumento per la progettazione e l'ottimizzazione dei piatti di distribuzione al fine di garantire una buona dinamica di formazione della pressione evitando la generazione di incontrollati picchi di pressione, di cavitazione, e riduzione della vibrazione generata e conseguentemente del rumore emesso.

In un secondo momento si adotterà un approccio completamente differente per lo studio della lubrificazione nei meati della suddetta macchina e in particolare per lo studio dettagliato del meato tra pattino e piatto inclinato. Tale approccio ha come fine ultimo quello di caratterizzare la capacità portante di un determinato meato in funzione delle condizioni operative, velocità relative e pressione di esercizio, oltre che dei parametri geometrici. Questo più nel dettaglio consiste nella determinazione delle portate di trafilamento oltre che delle forze o coppie di attrito che si generano nei meati di lubrificazione.

Si metterà infine in luce la sostanziale differenza tra questi due approcci, sottolineandone i punti di forza e di debolezza.

2 Macchine a pistoni assiali

Le macchine a pistoni assiali, che siano pompe o motori, appartengono alla famiglia delle macchine volumetriche. Tali macchine in generale si contraddistinguono per il fatto che elaborano una portata in volume in funzione della loro cilindrata e regime di rotazione; da un punto di vista semplificato, infatti, si può pensare che queste si “limitino” e spostare un fissato volume per ogni giro di rotazione e che il livello di pressione sia determinato dal circuito che viene attraversato dalla portata elaborata dalla macchina. Nel caso delle pompe la pressione di mandata viene effettivamente determinata dal circuito, sebbene anche in funzione della portata inviata, nel caso dei motori la pressione di alimentazione viene invece determinata dal carico che il motore deve trascinare.

Le macchine a pistoni assiali sono largamente utilizzate nell'oleodinamica sia nel campo delle applicazioni mobili che fisse e nell'ambito di applicazioni sia *medium duty* (tipicamente con pressione massima fino ai 350 bar) che *heavy duty*.

La loro architettura le ha rese di largo utilizzo in quanto, nonostante la loro relativa semplicità, possiedono una riconosciuta flessibilità di utilizzo in funzione delle applicazioni considerate.

In questo lavoro in particolare si considerano pompe o motori a pistoni assiale e piatto inclinato.

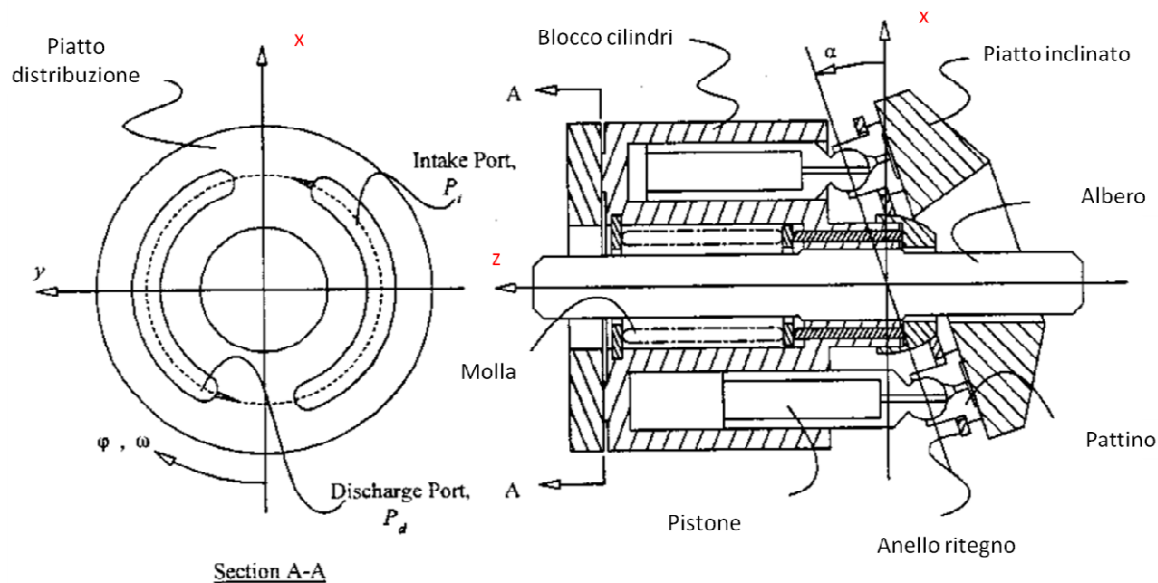


Figura 1 Macchina a pistoni assiali a piatto inclinato e indicazione dei principali componenti

Il cuore della macchina risiede nel gruppo rotante; tale gruppo è costituito dall'assieme di blocco cilindri, pistoni, pattini e anello di ritegno.

Il gruppo rotante viene trascinato dall'albero, tipicamente tramite un giunto scanalato, e determina, assieme al piatto inclinato, una variazione della posizione assiale del pistone durante il giro e di conseguenza una variazione di volume della camera che ospita il pistone. Tale volume viene messo in comunicazione attraverso il piatto di distribuzione (o detto più semplicemente distributore) alternativamente con la linea di mandata e aspirazione (o nel caso di motore rispettivamente scarico e alimentazione) facendo sì che la variazione di volume della camera del pistone sia equilibrata da una portata scambiata con questi due ambienti.

In questa configurazione il piatto di distribuzione e il piatto inclinato sono fissi, ovvero non sono soggetti ad alcun movimento; il piatto inclinato possiede un'inclinazione per l'appunto (vedere Figura 1), tale da variare la posizione assiale dei pistoni in funzione della loro posizione angolare.

Si nota come i pattini non siano vincolati in nessun modo rispetto al piatto inclinato, ma siano liberi di "strisciare" su di esso, separati da un film di olio lubrificante; lo stesso accade per il pistone e il blocco rotante e il blocco cilindri con il distributore.

Tuttavia, come si può vedere in Figura 1, il “contatto” tra blocco cilindro e distributore e pattino piatto inclinato è garantito da una molla posizionata all’interno del blocco rotante che ha proprio la funzione di spingere il blocco rotante contro il distributore e il pattino contro il piatto inclinato.

Si è indebitamente parlato di contatto, infatti, si ricorda che tutti i componenti sopra citati sono opportunamente separati da un film di olio lubrificante che ha il compito di evitare il contatto diretto metallo-metallo; qualora questo accadesse si avrebbe oltre a un evidente non corretto funzionamento della macchina, riscontrabile in anomali valori dei rendimenti, anche una eccezionale riduzione della vita della macchina stessa a causa dell’usura che si verrebbe a verificare.

Tipicamente infatti, qualora le condizioni operative in termini di pressione di lavoro e regime di rotazione siano nei range prescritti dal costruttore, l’usura è ridotta al minimo o eventualmente annullata. Può accadere tuttavia che al di fuori di questi range compaia un’usura talvolta anche non trascurabile.

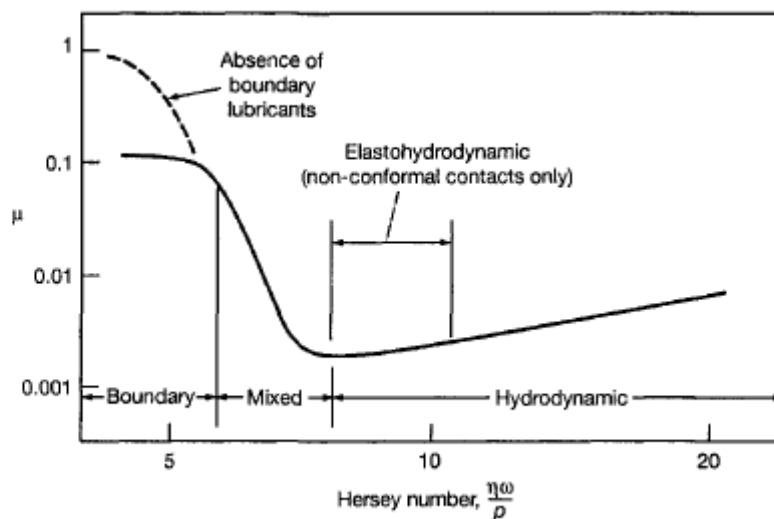


Figura 2 - Curva di Stribeck

Ciò si verifica tipicamente qualora:

1. Il regime di rotazione sia al di sotto della velocità minima richiesta, facendo sì che l’effetto idrodinamico, necessario

affinché i meati abbiamo la corretta capacità di sostentamento, sia carente provocando il contatto tra i corpi in modo relativo

2. La pressione di esercizio sia superiore ai valori massimi prescritti, facendo sì che la capacità di sostentamento idrodinamica, sebbene sia presente, non sia sufficiente a sostenere i carichi esterni dipendenti dalla pressione di esercizio.
3. La temperatura dell'olio sia eccessivamente elevata provocando una sostanziale riduzione della viscosità dell'olio con una conseguente perdita della capacità portante dei meati, sebbene in presenza di una sufficiente velocità di rotazione della macchina.

Questi punti appaiono chiari dall'osservazione della curva di Stribeck (vedere Figura 2) dove è riportato il coefficiente di attrito, sull'asse delle ordinate, nel caso di un cuscinetto idrodinamico dato dall'accoppiamento di un perno e una boccia; sull'asse delle ascisse è riportato il numero di Herney, dove η è la viscosità assoluta, ω la velocità di rotazione, p la pressione di esercizio.

L'effetto idrodinamico, che giustifica il sostentamento delle superfici, aumenta all'aumentare della velocità di rotazione, per cui per velocità elevate tale effetto potrebbe essere addirittura maggiore del desiderato, causando il distacco delle superfici; questo ha come conseguenza un evidente aumento della portata di drenaggio e al contempo un rischioso comportamento non previsto causa di eventuali rotture.

Il ruolo della molla, evidenziata in Figura 1, è quello, attraverso un opportuno precarico, di evitare questo potenziale distacco del meato tra pattino e piatto inclinato e del meato tra blocco cilindri e distributore.

Un aspetto fondamentale delle macchine a pistoni assiali è che la variazione della cilindrata può essere realizzata facilmente attraverso la variazione dell'inclinazione del piatto inclinato.

Tale variazione può essere attuata meccanicamente attraverso l'intervento diretto dell'utente con una leva o idraulicamente attraverso un servo-pistone (vedere Figura 3).

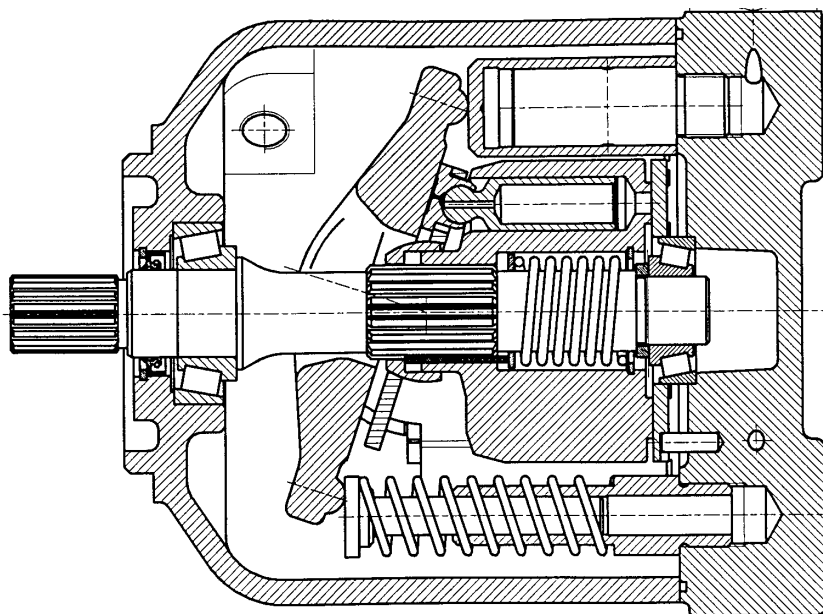


Figura 3 Variazione della cilindrata di una pompa a pistoncini assiali a pialla inclinata tramite pistone attuatore.

Quest'ultimo caso permette un'enorme versatilità in quanto attraverso il controllo della pressione nel servo-pistone è possibile regolare in maniera più o meno proporzionale l'angolo del pialla e di conseguenza la cilindrata.

La pressione nel servocomando può essere determinata direttamente dall'utente ad esempio attraverso una valvola riduttrice o una valvola elettroproporzionale.

Tale sistema permette inoltre di adottare eventualmente una serie di controlli di variazione della cilindrata retroazionati meccanicamente o elettronicamente.

Può succedere infatti che pur mantenendo costante la pressione nel servo pistone, al variare della velocità di rotazione e pressione di esercizio, possa variare l'angolo del pialla variandone la cilindrata.

I comandi retroazionati cercano di correggere questo fenomeno, regolando automaticamente la pressione nel servo in modo che, al variare

delle condizioni operative, la cilindrata rimanga costante e pari al valore imposto dall'utilizzatore.

I comandi retroazionati possono essere sostanzialmente di due tipi, meccanico o elettronico. Nel primo caso si retroaziona la posizione angolare del piatto meccanicamente e qualora questa dovesse variare, un sistema di leveraggi varia la pressione nel servo fino a che non si ristabilisce il valore voluto di angolo. Nel secondo caso si ha una misura elettrica dell'angolo del piatto; una centralina elettronica confronta questo valore con il valore di riferimento voluto e in caso questi non coincidano, allora la centralina comanda, attraverso una o due valvole elettroproporzionali, la variazione della pressione nel servo fino a ristabilire l'equilibrio cercato.

Rimane da analizzare un ultimo componente, sebbene di fondamentale importanza, si tratta del piatto di distribuzione (vedere Figura 4)

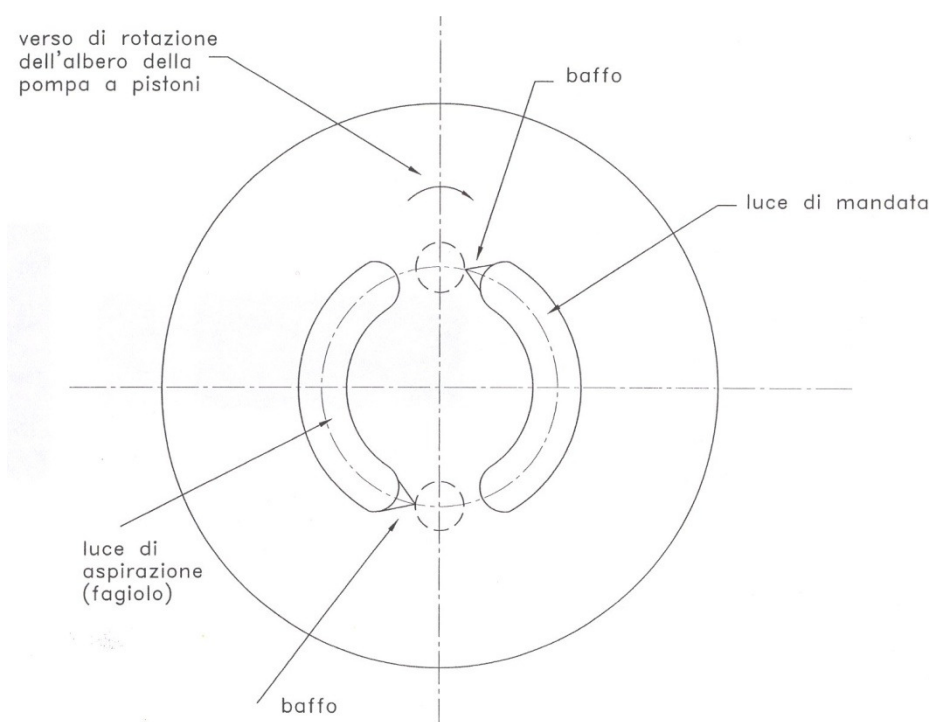


Figura 4 Piatto da distribuzione di una pompa a pistoncini assiali

Tale componente ha il cruciale ruolo di gestire l'apertura e chiusura della comunicazione di ogni cilindro con l'ambiente di alta e bassa pressione. La tempistica con cui avviene l'apertura e chiusura determina il comportamento della macchina, sia per quanto riguarda il comportamento

dinamico che in termini di rumorosità e vibrazioni generate dalla stessa. Un aspetto fondamentale è costituito dalle cave silenzianti disposte normalmente all'inizio ed eventualmente anche alla fine della comunicazione con l'ambiente di bassa e alta; le cave, dette anche "baffi" hanno il ruolo di gestire i fenomeni dinamici di formazione della pressione nel cilindro, evitando incontrollati picchi o depressioni (con il rischio di cavitazione) ma anche di garantire che la transizione tra bassa e alta pressione e viceversa avvenga in un tempo sufficientemente grande da garantire una buona transizione.

3 Modello zero-dimensionale

L'approccio zero-dimensionale è un approccio semplificato che tuttavia permette di schematizzare con relativa semplicità il problema in esame. Secondo questo approccio, ogni camera pompante può essere rappresentata da un volume di controllo variabile che attraverso alcune porte di comunicazione scambia della portata di fluido con gli ambienti esterni. Di fatto il volume di controllo è rappresentato come un elemento capacitivo. Gli elementi "meccanici", quali il piatto inclinato, l'albero della macchina con il blocco cilindri, i pistoni vengono rappresentati come elementi inerziali di tipo rotante o lineare. Elementi meccanici e idraulici interagiscono tra loro scambiando i contributi di forza e coppia.

Dal punto di vista matematico, il cuore del problema in esame sta nella risoluzione dell'equazione di continuità applicata al volume di controllo, scritta nel caso di flusso isoterma (3.1); questo permette di determinare l'andamento di pressione all'interno della camera del cilindro durante la rotazione dell'albero motore.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{B}{V} \left[\left(\sum_i Q_i \right) - \frac{dV}{dt} \right] \quad (3.1)$$

Nell'equazione (3.1) p è la pressione all'interno della camera del cilindro, B il modulo di comprimibilità, V il volume della camera, Q_i la generica portata in ingresso o uscita nella/dalla camera.

Si avrà quindi un gradiente positivo della pressione ogni qual volta la sommatoria delle portate scambiate sarà positiva o ogni qual volta si abbia una riduzione del volume della camera. Questo gradiente sarà poi tanto più grande in valore assoluto tanto più è alto il modulo di comprimibilità e tanto più piccolo il volume della camera.

Procediamo ora analizzando i vari termini che compaiono nell'equazione in oggetto, in quanto questi saranno oggetto di scelte e considerazioni nella fase di analisi dei risultati.

Influenza della viscosità μ

La viscosità dinamica è uno dei fattori fondamentali che influenzano la portata di trafilamento e di conseguenza il transitorio di pressione.

I meati di lubrificazione sono caratterizzati da un regime di moto laminare del fluido; tale considerazione è supportata dall'elevata viscosità che caratterizza il fluido di lavoro (olio minerale) e le dimensioni dei meati stessi. La portata di trafilamento dipende direttamente dalla viscosità in modo inversamente proporzionale.

Nel caso di una pompa per circuito chiuso la temperatura dell'olio nel circuito chiuso può e deve essere sotto controllo, proprio perché le prestazioni del sistema in termini di efficienza e di usura delle parti stesse dipendono fortemente dalla temperatura.

Dal punto di vista della simulazione si adotterà un valore costante della temperatura dell'olio e si assumerà quindi un valore costante della viscosità. Questo modo di procedere corrisponde in modo approssimativo a quello che si verifica nella realtà nel tipo di macchine considerate.

Bisogna tuttavia notare che la temperatura che raggiunge l'olio nei meati di lubrificazione è necessariamente differente da quella del circuito chiuso. I meati infatti sono fonte di dissipazione meccanica, il che significa che una frazione della potenza meccanica totale assorbita viene trasformata in potenza termica. Di conseguenza l'olio che fluisce dal circuito chiuso attraverso i meati subisce un aumento di temperatura e una conseguente variazione di viscosità. Da un punto di vista sperimentale è visibile nel momento in cui si monitora la temperatura dell'olio sul drenaggio.

La variazione di temperatura in corrispondenza dei meati, con la conseguente variazione di viscosità, è tuttavia difficile da prevedere, in quanto dipende dalle dinamiche di sostentamento dei meati stessi; la determinazione della potenza termica generata nei meati gioca un ruolo fondamentale per la modellazione dei meati di trafilamento; molti studi sono stati fatti in tal senso (vedere [6] [11] [12]) mostrando come la completa risoluzione dei meati di lubrificazione passi attraverso dei modelli che coinvolgono la risoluzione delle deformazioni elastiche dei corpi separati del

film di lubrificante oltre che la risoluzione dell'equazione di bilancio termico all'interno del meato stesso. Tale approccio non è quindi compatibile con un modello zero-dimensionale e ne costituisce uno dei punti deboli.

Modulo di comprimibilità B

Il modulo di comprimibilità è fondamentale nel determinare il transitorio di pressione all'interno della camera del pistone. In letteratura sono spesso utilizzate delle espressioni che permettono di tenere conto delle variazioni del modulo di comprimibilità in funzione della temperatura, della pressione dell'olio e del contenuto di aria disciolta.

Il modulo come detto dipende da questi tre fattori ma il principale di questi è il contenuto di aria disciolta; da un punto di vista sperimentale è tuttavia difficile misurare o stabilire tale contenuto e spesso nei calcoli che fanno seguito a delle misurazioni sperimentali si assume un valore costante del modulo; il modello zero-dimensionale sarà successivamente oggetto di una taratura attraverso risultati sperimentali, per cui, per coerenza con gli stessi, si assume un valore costante del modulo di comprimibilità anche durante la simulazione e pari a 15000 bar.

Portata Q_i

Questo termine rappresenta la generica portata di fluido scambiata dal volume con gli ambienti esterni. Tale portata convenzionalmente sarà positiva se entrante nel volume di controllo e negativa se uscente.

Questa portata potrà essere data dalla somma algebrica dei seguenti termini :

- Q_H Portata scambiata con l'ambiente ad alta pressione caratterizzato dalla pressione p_H
- Q_L Portata scambiata con l'ambiente a bassa pressione caratterizzato dalla pressione p_L
- Q_T Portata scambiata con l'ambiente del drenaggio alla pressione p_T

In funzione che si stia considerando una pompa o un motore e in funzione della convenzione sopra esposta, le portate hanno i seguenti segni :

	Q_H	Q_L	Q_T
POMPA	≤ 0	≥ 0	≤ 0
MOTORE	≥ 0	≤ 0	≤ 0

Va sottolineato tuttavia che i segni sopra indicati fanno riferimento al valore medio in un giro della macchina, in quanto per brevi intervalli angolari può succedere che le portate abbiano un segno discorde da quello sopra esposto; un esempio di questo è dato dalla portata di comprimibilità, trattata di seguito.

3.1 Portata di comprimibilità

A causa della comprimibilità del fluido, si ha una riduzione della portata volumetrica inviata con una conseguente diminuzione del rendimento volumetrico, indipendentemente dalla portata di drenaggio.

Parlando infatti di una pompa e supponendo di avere una distribuzione di pressione ideale, si ha che al punto morto inferiore, cioè al passaggio dalla fase di aspirazione alla fase di mandata, la pressione nel cilindro è pari al valore di aspirazione p_L ; a seguito di una rotazione infinitesima, la camera del pistone si troverà in comunicazione con l'ambiente di mandata a pressione p_H ; supponendo che l'ambiente ad alta pressione abbia una capacità infinita, si ha che il volume si porterà rapidamente dal valore di pressione p_L al valore p_H . Questo aumento di pressione comporta una riduzione di volume dell'olio contenuto nella camera che, per l'equazione di continuità, sarà compensata attraverso un portata richiamata dall'ambiente a pressione p_H . Questa portata che appunto prende il nome di portata di comprimibilità è di segno opposto alla portata inviata verso la linea ad alta pressione, infatti viene prelevata dalla stessa.

Considerando l'equazione (3.1) e facendo l'approssimazione che per piccoli angoli intorno al punto morto valga

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad (3.2)$$

Allora si ha

$$\frac{dp}{dt} = \frac{B}{V} \left(\sum_i Q_i \right) \quad (3.3)$$

Il che equivale a dire che sarà prelevata una portata dalla linea di mandata necessaria a comprimere il fluido presente nella camera dal valore p_L al valore p_H .

Questo transitorio richiedere un tempo che indichiamo con Δt , e integrando l'equazione (3.3) su questo intervallo e supponendo che questo fenomeno sia sufficientemente veloce per trascurare la variazione di volume rispetto al punto morto, si ha

$$p_H - p_L = \frac{B}{V_{PMI}} V_{COMP} \quad (3-4)$$

Dove V_{PMI} è il volume della camera al punto morto inferiore, mentre V_{COMP} è il volume prelevato dall'ambiente di alta pressione per compensare la comprimibilità del fluido di un singolo pompante per un giro di rotazione della macchina.

Si ha quindi

$$V_{COMP} = \frac{V_{PMI}}{B} (p_H - p_L) \quad (3-5)$$

Esprimendo la portata media di comprimibilità data dagli n_p pistoncini e alla velocità di rotazione ω si ha

$$Q_{COMP} = V_{COMP} \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot n_p = \frac{V_{PMI}}{B} (p_H - p_L) \frac{\omega}{2\pi} \cdot n_p \quad (3-6)$$

Si può notare che

$$V_{PMI} = V_0 + \frac{V_g}{n_p} \quad (3-7)$$

Dove V_0 è il volume morto mentre V_g è la cilindrata della macchina.

$$Q_{COMP} = \frac{1}{B} \left(V_0 + \frac{V_g}{n_p} \right) (p_H - p_L) \frac{\omega}{2\pi} \cdot n_p \quad (3-8)$$

Per cui

$$Q_{COMP} = \frac{(V_0 \cdot n_p + V_g)}{B} (p_H - p_L) \frac{\omega}{2\pi} \quad (3-9)$$

Si nota quindi che la portata di comprimibilità è tanto più grande quando maggiore è la pressione di mandata, la velocità di rotazione, la cilindrata della pompa e il volume morto del singolo pompante.

Per comprendere l'impatto di questa portata sul rendimento volumetrico esprimiamo il rendimento volumetrico in cui consideriamo come unica fonte di perdita la portata di comprimibilità

$$\eta_{vol} = \frac{Q_{TEO} - Q_{COMP}}{Q_{TEO}} = 1 - \frac{Q_{COMP}}{Q_{TEO}} \quad (3-10)$$

$$\eta_{vol} = 1 - \frac{\frac{(V_0 \cdot n_p + V_g)}{B} (p_H - p_L) \frac{\omega}{2\pi}}{V_g \frac{\omega}{2\pi}} \quad (3-11)$$

$$\eta_{vol} = 1 - \frac{\left(\frac{V_0}{V_g} \cdot n_p + 1 \right)}{B} (p_H - p_L) \quad (3-12)$$

$$\eta_{vol} = 1 - \left(\frac{V_0}{V_g} \cdot n_p \right) \frac{(p_H - p_L)}{B} - \frac{(p_H - p_L)}{B} \quad (3-13)$$

Come si può notare dall'equazione (3-13) la portata di comprimibilità riduce il rendimento volumetrico attraverso due termini :

Il primo di questi è

$$\frac{(p_H - p_L)}{B}$$

E rappresenta una perdita dovuta alla cilindrata della macchina (si ricorda che nel rendimento volumetrico si esegue il rapporto tra portata effettiva e portata teorica, quindi una quantità adimensionale) e che è funzione unicamente dal Δp e dal modulo di comprimibilità.

Il secondo termine è

$$\left(\frac{V_0}{V_g} \cdot n_p \right) \frac{(p_H - p_L)}{B}$$

È chiaro quindi che quest'ultimo termine può essere teoricamente annullato, ma nella pratica solo ridotto, agendo sul volume morto, aumentando di conseguenza il rendimento volumetrico della macchina.

Non è facile stabilire in che relazione stiano questi due termini ma tuttavia si può assumere che il volume morto sia circa un decimo della cilindrata della pompa (valore riscontrato in diverse pompe presenti sul mercato); per cui per una pompa ad esempio con nove pompanti si avrà che

$$\frac{V_0}{V_g} \cdot n_p \approx 1$$

Questo comporta che i due termini della perdita di comprimibilità siano praticamente comparabili.

Assumendo un modulo di comprimibilità $B=15000$ bar, 9 pistoni, e $V_0/V_g = 1/10$ si ha

$p_H - p_L$ [bar]	η_{VOL} [%]
100	98,73
200	97,51
300	96,26

Si nota infine che :

1. Le perdite di comprimibilità sono tutt'altro che trascurabili e ovviamente sono tanto maggiori quanto più alta è la pressione di lavoro.
2. I rendimenti sopra riportati rappresentano per data pompa i rendimenti massimi raggiungibili, ovvero le portate di drenaggio andranno ovviamente sempre a ridurre ulteriormente il rendimento; per cui, per quanto in fase di progettazione e ottimizzazione si riescano a contenere i drenaggi, non si potranno mai ottenere dei rendimenti superiori a quelli sopra esposti.

3.2 Portate di trafilamento

Nel precedente capitolo è stato affrontata una carrellata veloce di quali e quanti siano i meati di trafilamento in un macchina a pistoncini assiali; come visto nel precedente paragrafo tali meati sono una delle fonti di perdita volumetrica e in quanto tale si devono conoscere le dinamiche che ne determinano il comportamento.

Di seguito saranno esposte le equazioni utilizzate nel modello di calcolo zero-dimensionale per tenere conto di queste perdite, spiegandone poi i limiti e le potenzialità per comprendere infine i limiti del modello stesso e sapere cosa quest'ultimo possa fornire in termini di risultati.

Come anticipato i meati di lubrificazione permettono la separazione di due superfici metalliche attraverso il film di olio, in regime tipicamente laminare; la separazione di queste superfici dipende fortemente dalla velocità e pressione di lavoro; l'approccio zero-dimensionale ha in questo senso due grossi limiti nella trattazione dei suddetti meati :

1. Viene trascurata l'effettiva distribuzione bi-dimensionale dell'altezza e il meato viene caratterizzato con un solo valore di altezza.
2. Le portate di trafilamento dipendono fortemente dalla viscosità e quindi dalla temperatura; sebbene sia possibile in linea generale impostare dei differenti valori locali della viscosità, è al contempo difficile conoscere o stimare il valore locale della

temperatura, per cui almeno inizialmente il modello sarà impostato con un unico valore di temperatura e di conseguenza di viscosità per tutti i meati e per la camera del pistone.

Come anticipato, le portate sono assunte positive se entranti nella camera del pistone, per cui la portata di drenaggio e quindi ogni singola portata di trafilamento sarà negativa. Con p si indicherà la pressione all'interno della camera del pistone, p_T la pressione del drenaggio

3.2.1 Meato pattino-piatto inclinato

Tale meato permette la separazione tra il pattino e il piatto inclinato. il pattino possiede tipicamente un pozzetto centrale nel quale viene portata, attraverso un foro nel pistone e poi nel pattino, la pressione vigente nella camera del pistone.

Il meato possiede quindi come dominio una corona circolare al cui bordo interno la pressione è pari alla pressione nella camera del pistone, mentre sul bordo esterno la pressione è pari al valore di drenaggio.

In figura sono riportati con R_e e R_i rispettivamente il raggio esterno e interno del meato, che nei paragrafi seguenti saranno indicato con r_{ext} e r_{int} .

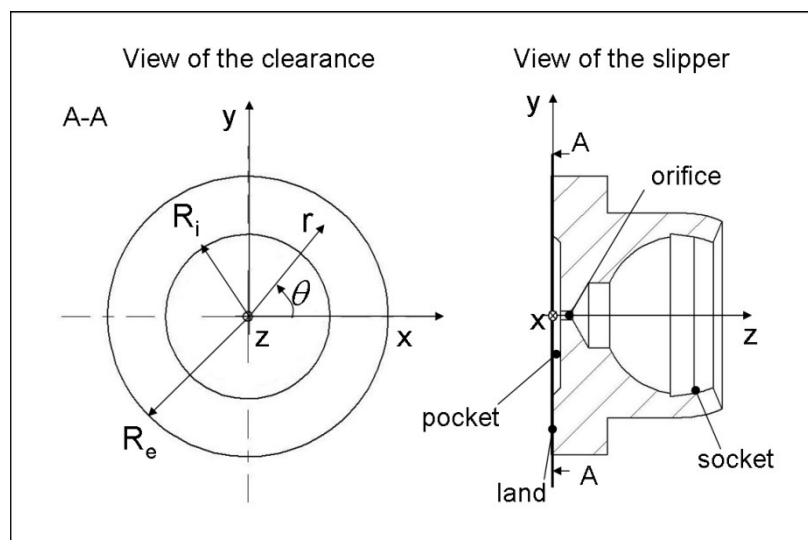


Figura 5

La portata che fluisce nel meato, coerentemente con la convenzione sopra riportata, è data da

$$Q_{PaPI} = \frac{\pi h^3}{6\mu \ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)} (p - p_T) \quad (3-14)$$

Con h si indica l'altezza del meato.

3.2.2 Meato pistone-cilindro

Il seguente meato separa il pistone dalla superficie cilindrica del foro del blocco cilindri. Il dominio è dato da una superficie cilindrica di cui un'estremità si trova alla pressione del cilindro e l'altra alla pressione di drenaggio.

$$Q_{PBC} = -\frac{\pi d_p h^3}{12\mu L} (p - p_T) - \frac{\pi d_p h v_p}{2} \quad (3-15)$$

Con h si indica l'altezza del meato che in questo caso rappresenta il gioco radiale tra pistone e cilindro, con d_p il diametro del pistone, con v_p la velocità lineare del pistone lungo il proprio asse, L la lunghezza del tratto di tenuta tra pistone e cilindro. Si nota che anche in assenza di una differenza di pressione tra la camera del pistone e l'ambiente di drenaggio vi è comunque una portata di drenaggio dovuta al trascinamento.

3.2.3 Meato blocco cilindri-piatto di distribuzione

Come si vede in figura in via semplificata, questo meato dà luogo a :

1. una portata di trafilamento che dal cilindro procede direttamente verso il drenaggio con direzione radiale centripeta
2. una portata di trafilamento che dal cilindro procede direttamente verso il drenaggio con direzione radiale centrifuga
3. una portata con direzione tangenziale diretta verso il pistone precedente
4. una portata con direzione tangenziale diretta verso il pistone successivo

Va tuttavia notato che, qualora si intendessero calcolare i contributi espressi nei punti 3. e 4., sarebbe necessario simulare contemporaneamente tutti i transitori di pressione degli n_p pistoncini.

Questa strada è tranquillamente percorribile ma durante questo lavoro si è deciso di non farlo in quanto avrebbe complicato il modello senza tuttavia fornire delle ulteriori informazioni; infatti si nota come il trafilamento tra due camere adiacenti è presente solo in presenza di una differenza di pressione tra le stesse e questo accade solo ai punti morti. Ragionando in termini di portata di trafilamento media sul giro si ha quindi che questa via di fuga non fornisce un contributo significativo ma potrebbe influenzare il transitorio di pressione nell'intorno del punto morto.

La portata di trafilamento attraverso questo meato, tenendo conto dei contributi ai punti 1 e 2 è data da:

$$Q_{BCD} = -\frac{\theta_{LBC} h^3}{12\mu} (p - p_T) \left[\frac{1}{\ln(r_{Text}/r_{ext})} + \frac{1}{\ln(r_{int}/r_{Tint})} \right] \quad (3-16)$$

Con h si indica l'altezza del meato tra blocco cilindri e piatto di distribuzione, θ_{LBC} l'ampiezza angolare della luce del blocco cilindri, r_{int} e r_{ext} rispettivamente il raggio interno ed esterno della luce del blocco cilindri, r_{Tint} e r_{Text} rispettivamente i raggi dei labbri di tenuta interno ed esterno.

3.3 Taratura del modello

La taratura del modello consiste nel fornire una stima delle altezze dei meati appena discusse in modo che il modello fornisca un rendimento volumetrico comparabile con i rilievi sperimentali.

Indicando con

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h_{PaPI} \\ h_{PBC} \\ h_{BCD} \end{bmatrix}$$

Il rendimento volumetrico calcolato attraverso il modello zero dimensionale è dato da

$$\eta_{v,CALC} = \eta_{v,CALC}(\omega, p_H, p_L, \bar{h}) \quad (3-17)$$

La taratura del modello consiste nel trovare la terna di valori $\bar{h}$ che per data condizione operativa data da (ω, p_H, p_L) fa sì che il rendimento volumetrico calcolato sia pari al rendimento volumetrico sperimentale, a meno di un errore imposto.

In particolare si ha che l'altezza del meato tra il pistone e il cilindro è legata al gioco meccanico tra pistone e cilindro per cui l'altezza di tale meato è fissata e mantenuta costante al variare delle condizioni operative e pari a $10\mu m$.

Rimangono quindi le altezze degli altri due meati che, in assenza di informazioni che permettano di distinguere il loro valore, si preferisce mantenere uguali e semplificare il modello.

L'algoritmo di taratura parte da un valore di tentativo delle altezze $\bar{h}^*$ e si valuta il rendimento con tali altezze, ovvero

$$\eta_{v,CALC}(\omega, p_H, p_L, \bar{h}^*)$$

Se il rendimento calcolato soddisfa un criterio di accettabilità l'algoritmo si ferma, altrimenti si determina un nuovo valore di tentativo di $\bar{h}^*$ ripartendo con l'algoritmo prima esposto.

Indicando con $\bar{h}_k$ l'altezza utilizzata nell'iterazione corrente e con

$$\eta_{v,CALC,k} = \eta_{v,CALC}(\omega, p_H, p_L, \bar{h}_k)$$

il rendimento calcolato con tale altezza, mentre con $\bar{h}_{k-1}$ l'altezza utilizzata nell'iterazione precedente e con $\eta_{v,CALC,k-1}(\omega, p_H, p_L, \bar{h}_k)$ il relativo rendimento allora l'algoritmo si sviluppa in questo modo :

1. Si ipotizza un valore di primo tentativo dell'altezza pari a $10\mu m$
2. Ha inizio il vero e proprio algoritmo con la determinazione del rendimento calcolato $\eta_{v,CALC,k}$

3. Si verifica la convergenza dell'algoritmo, ovvero se

$$|\eta_{v,CALC,k} - \eta_v| < 10^{-4}$$

Allora l'algoritmo termina avendo raggiunto la convergenza desiderata, altrimenti si procede come descritto nei punti seguenti.

4. Si confronta il valore del rendimento appena calcolato con il valore sperimentale η_v e si verifica che

a. Se $\eta_{v,CALC,k} < \eta_v$ allora le altezze di calcolo sono tali da sovrastimare le portate di drenaggio, per cui

i. Se $\eta_{v,CALC,k-1} > \eta_v$ allora

$$\bar{h}_{k+1} = \frac{(\bar{h}_k + \bar{h}_{k-1})}{2}$$

ii. Se $\eta_{v,CALC,k-1} < \eta_v$ allora

$$\bar{h}_{k+1} = \min(\bar{h}_k, \bar{h}_{k-1}) - |\bar{h}_k - \bar{h}_{k-1}|$$

Qualora $\bar{h}_{k+1} < 0$ allora lo si ridefinisce come

$$\bar{h}_{k+1} = \frac{1}{2} \min(\bar{h}_k, \bar{h}_{k-1})$$

b. Se $\eta_{v,CALC,k} > \eta_v$ allora le altezze di calcolo sono tali da sottostimare le portate di drenaggio, per cui

i. Se $\eta_{v,CALC,k-1} < \eta_v$

$$\bar{h}_{k+1} = \frac{(\bar{h}_k + \bar{h}_{k-1})}{2}$$

ii. $\eta_{v,CALC,k-1} > \eta_v$

$$\bar{h}_{k+1} = \max(\bar{h}_k, \bar{h}_{k-1}) + |\bar{h}_k - \bar{h}_{k-1}|$$

Si riportano di seguito le curve sperimentali ottenute su di una pompa a pistoncini assiali per circuito chiuso attualmente presente sul mercato.

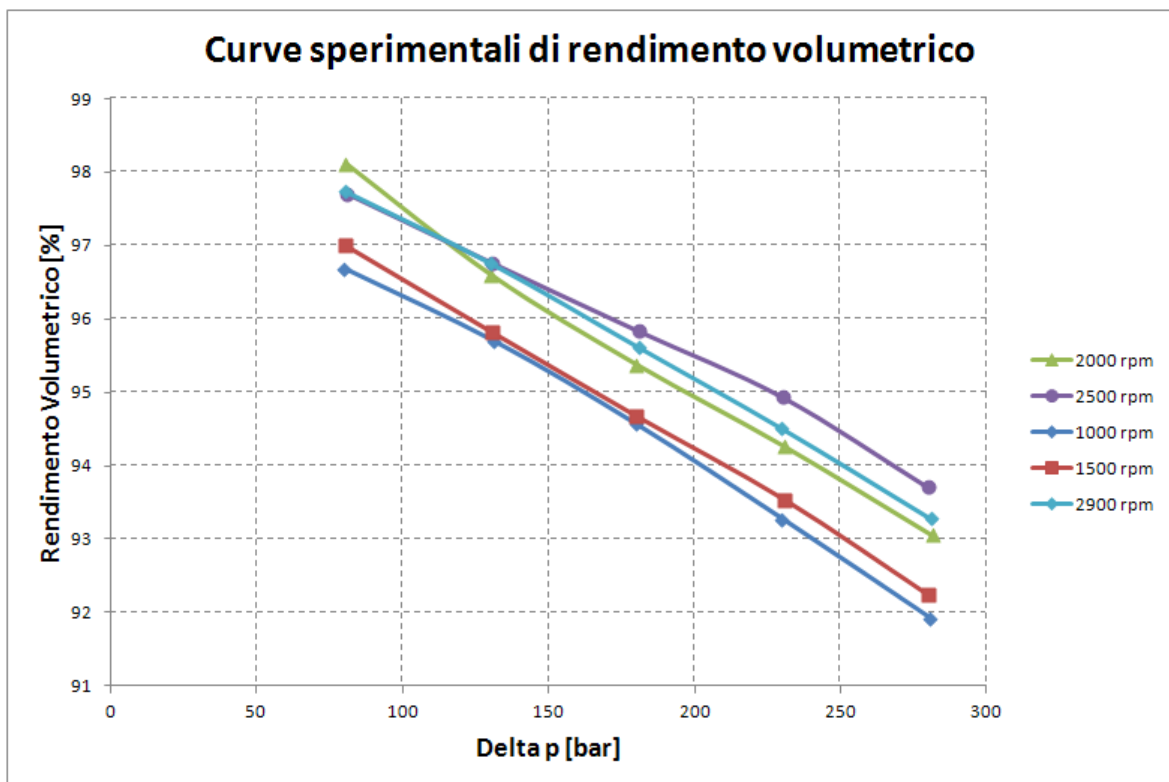


Figura 6 Andamento del rendimento volumetrico ricavato da misure sperimentali

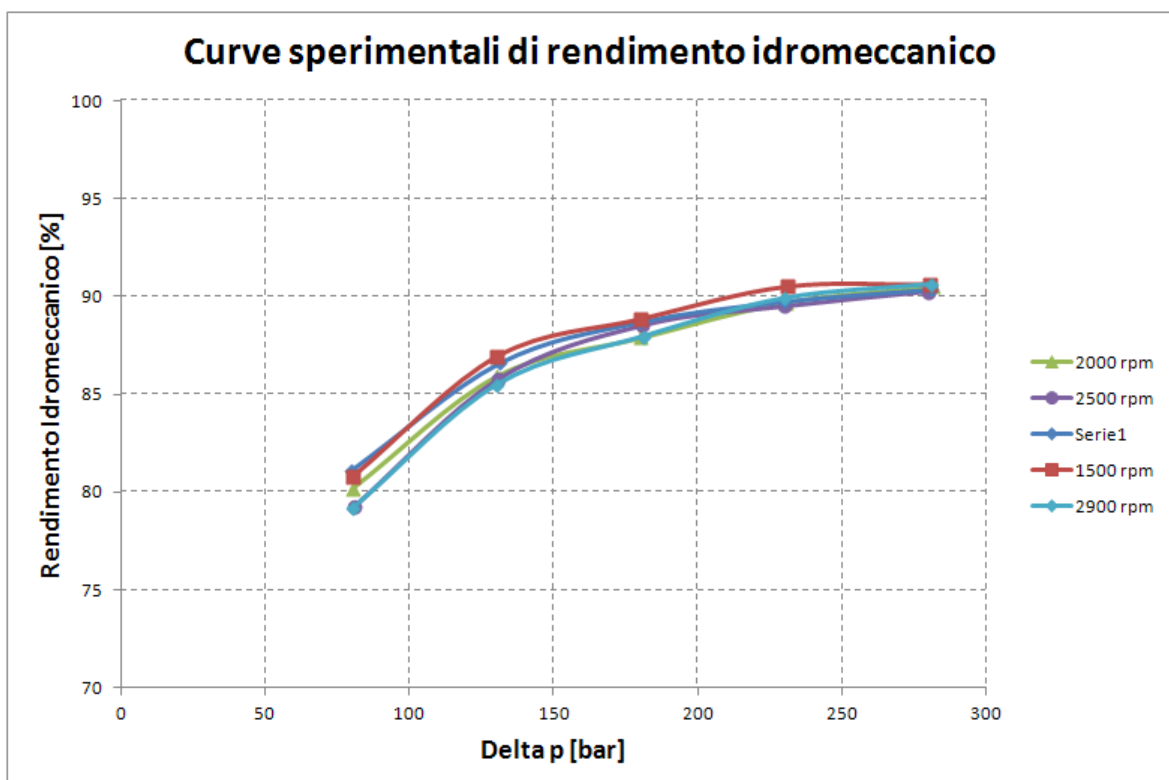


Figura 7 Andamento del rendimento idromeccanico ricavato da misure sperimentali.

Tale taratura dovrà essere eseguita per diverse condizioni operative, ovvero per diversi valori di velocità di rotazione e pressioni di esercizio; come

detto in precedenza l'altezza del meato sono infatti variabili in funzione delle condizioni operative.

La taratura è stata eseguita in maniera automatica attraverso uno script realizzato in ambiente SCILAB.

Si procede costruendo una matrice dei rendimenti volumetrici in funzioni delle condizioni operative con velocità di rotazione che assume i seguenti valori $[1000, 2000, 3000]$ rpm e differenza di pressione tra le bocche A e B di lavoro della pompa che assume i seguenti valori $[100, 200, 300]$ bar.

Si definisce quindi una matrice del rendimento volumetrico con dimensioni 3x3 come riportato di seguito.

$\eta_{vol} [\%]$		$\Delta p [\text{bar}]$		
		100	200	300
ω [rpm]	1000	96,32	94,05	91,40
	2000	97,47	94,93	92,53
	3000	97,38	95,18	92,76

Figura 8 Valori del rendimento volumetrico al variare delle condizioni operative.

A questo punto per ognuna delle 9 (3x3) condizioni operative individuate si itera l'algoritmo sopra esposto per la determinazione dell'altezza dei meati.

Riepilogando, per ogni condizione operativa si assumerà che :

- $h_{PBC} = 10\mu\text{m}$
- $h_{PaPI} = h_{BCD}$

I risultati di tale calcolo sono di seguito esposti

$h_{PaPI}, h_{BCD} [\mu\text{m}]$		$\Delta p [\text{bar}]$		
		100	200	300
ω [rpm]	1000	10,23	9,39	9,42
	2000	10,07	10,97	11,15
	3000	12,34	12,30	12,65

Figura 9 Valori delle altezze dei meati pattino-piatto inclinato, blocco cilindri-distributore al variare delle condizioni operative.

Si osserva innanzitutto che l'ordine di grandezza delle altezze dei meati è del centesimo di millimetro, valore abbastanza frequente in letteratura che conferma quindi, se pur solo a livello qualitativo, la fondatezza del modello.

Si osserva inoltre che l'ipotesi di uguaglianza, all'interno del modello, delle due altezze h_{PaPI} e h_{BCD} risulti molto comoda in fase di impostazione del modello, in quanto non si saprebbe come e in che modo differenziare queste due altezze, ma non ha al contempo alcun fondamento dal punto fisico; si pensi anche solo al fatto che il pattino e il blocco rotante sono superfici la cui area è notevolmente differente e che possono, e spesso hanno, bilanciamenti idrostatici differenti.

Tutto questo porta a concludere che il valore di altezza così determinato non ha un vero significato pratico in quanto rappresenta l'altezza di un meato, "somma" dei due sopra esposti, equivalente in termini di trafilamento ai meati reali.

Si osserva come l'altezza vari poco l'aumentare della pressione mentre sia leggermente più sensibile di fronte all'aumento della velocità di rotazione; quest'ultimo andamento è spiegabile pensando all'effetto di "galleggiamento" che si genera sul pattino e sul blocco pompante e che è tanto maggiore tanto maggiore è la velocità di rotazione. Ciò equivale a dire che l'effetto idrodinamico che permette il sostentamento delle superfici lubrificate è tanto maggiore quanto più alta è la velocità di rotazione; questo è assolutamente coerente con la teoria della lubrificazione, che verrà trattata nei capitoli successivi.

3.4 Analisi parametrica

Si riportano di seguito i parametri geometrici effettivamente utilizzati all'interno del calcolo che qui viene presentato.

In particolare per quanto riguarda il pattino si è interessati alle dimensioni del meato e all'altezza del pattino; quest'ultima non la si è intesa come l'altezza effettiva ma solo come la quota che determina la distanza dal centro dello snodo sferico e la superficie di "contatto" con il piatto inclinato.

Questa quota, indicata in Figura 10 con H_{Pa} , è fondamentale nel determinare il posizionamento relativo tra pistone e pattino ed è quindi caratteristica per l'assieme dato dal gruppo rotante.

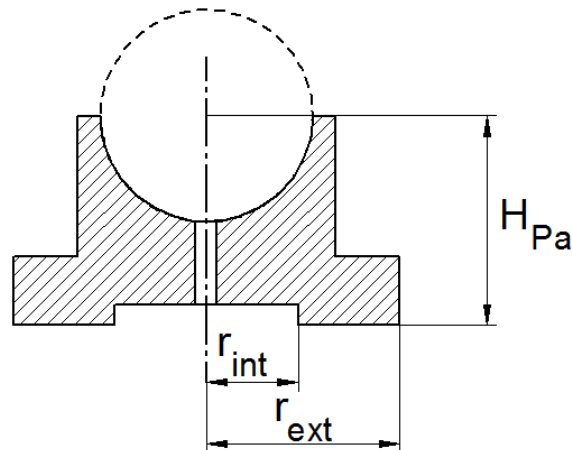


Figura 10 Pattino (gruppo pompante) con parametri geometrici per modellazione zero-dimensionale

Per quanto riguarda il pistone si è interessati a L_P , la distanza tra il “cielo” del pistone e il centro dello snodo sferico e il diametro del pistone d_P

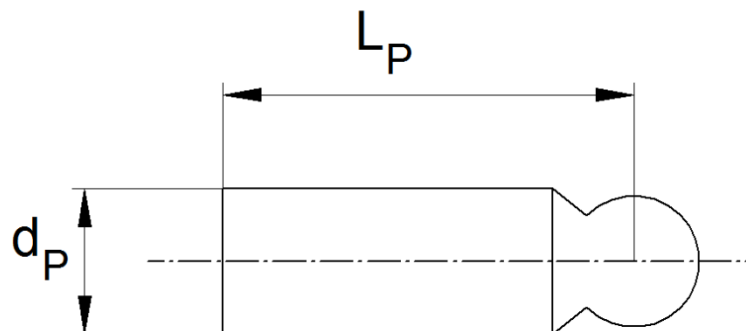


Figura 11 Pistone pompante con parametri geometrici per modellazione zero-dimensionale

Infine per quanto riguarda il blocco pompante

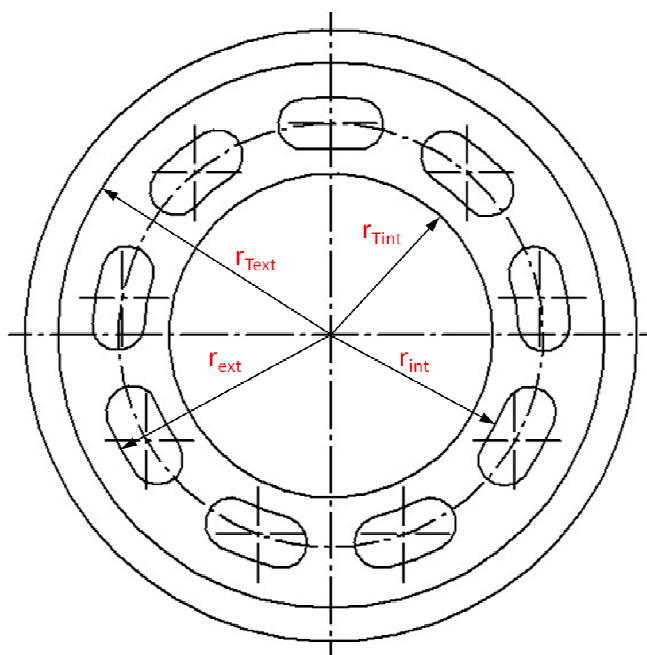


Figura 12

Si riportano le quote che caratterizzano il meato di interfaccia tra il blocco cilindri e il distributore.

3.5 Analisi cinematica

Al fine di determinare le varie grandezze necessarie al modello numerico (quali posizioni relative, velocità, volumi etc.) è necessario effettuare un'analisi cinematica dei vari componenti che costituiscono la pompa.

In un secondo momento si potranno determinare le forze e coppie scambiate tra i vari componenti costituenti la pompa; in particolare ciò che interessa maggiormente sono le forze e coppie scambiate tra il gruppo rotante e il piatto inclinato. Il gruppo rotante è ovviamente di interesse in tal senso in quanto da questo dipende la potenza meccanica assorbita (nel caso di pompa) o erogata (nel caso di motore), mentre il piatto oscillante e le forze e coppie agenti di esso sono fondamentali per il controllo della macchina stessa.

Prima di tutto è necessario fissare un sistema di riferimento inerziale sul quale basare tutte le considerazioni successive.

Nella fattispecie si considera una macchina con cilindrata variabile, ottenuta con una variazione dell'inclinazione del piatto inclinato. L'approccio potrà poi comunque essere facilmente applicato a macchine con cilindrata fissa.

Si nota come in generale ci sia una sostanziale differenza tra pompe e motori; nel caso di pompe infatti si ha la possibilità di variare l'angolo del piatto in maniera continua e tra valori positivi e negativi; questo vuol dire che è possibile variare la cilindrata tra zero e il valore massimo ma al tempo stesso invertire il verso della portata mandata.

Nel caso dei motori invece tipicamente la cilindrata viene variata in maniera discreta tra un valore minimo (comunque maggiore di zero) e un valore massimo.

Questo fatto fa sì che il sistema di variazione della cilindrata sia sostanzialmente diverso tra pompe e motori.

Nel caso delle pompe il sistema dovrà essere simmetrico, cosa che invece può non verificarsi nel caso dei motori.

Per questioni di comodità il sistema di riferimento destrorso avrà l'origine proprio nel centro di rotazione del piatto inclinato, mentre la sua orientazione sarà quella riportata in Figura 13.

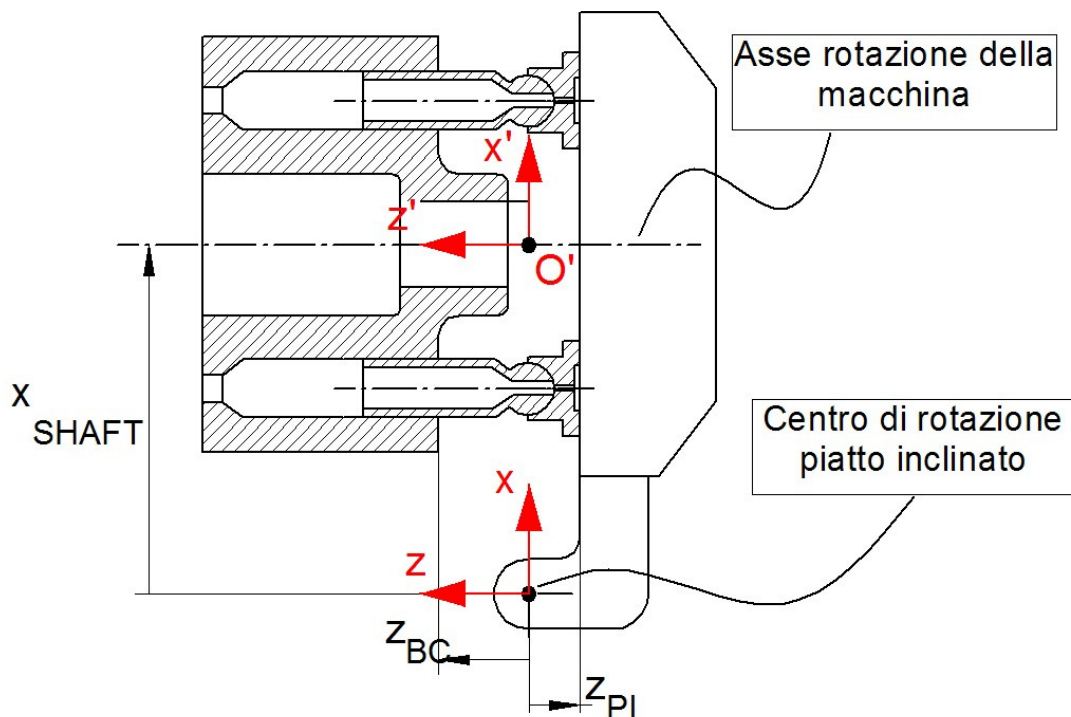


Figura 13 Sezione macchina a pistoni assiali con sistema di riferimento

- Asse z parallelo all'asse di rotazione della macchina (ovvero l'asse dell'albero) con verso uscente dal piatto inclinato verso il piatto di distribuzione (vedere in figura)
- Asse y coincidente con l'asse di rotazione del piatto per la variazione della cilindrata, che è l'unico grado di libertà di cui il piatto oscillante dispone, indicato dall'angolo β

In questo modo si indicherà con β l'angolo di rotazione del piatto intorno al proprio asse e con θ l'angolo di rotazione del blocco rotante intorno all'asse di rotazione della macchina.

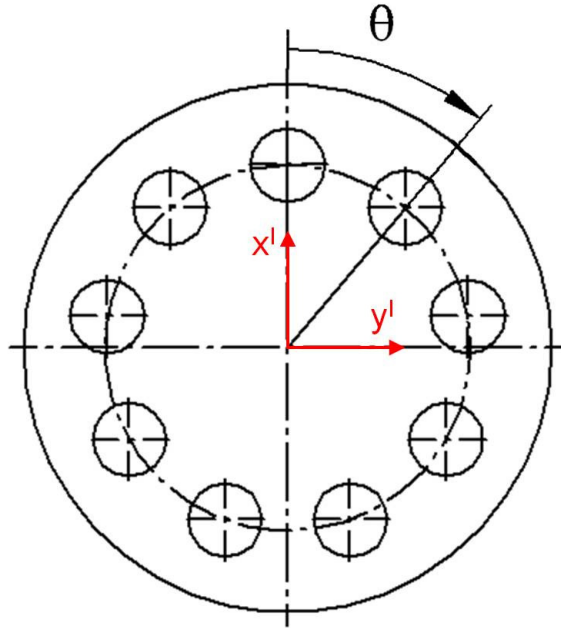


Figura 14

La posizione dei componenti costituenti la pompa è univocamente identificata da tre coordinate :

- z_{BC} posizione assiale del blocco cilindri
- z_{PI} posizione assiale del piatto inclinato
- x_{SHAFT} posizione lungo x dell'asse di rotazione della macchina

Si noti che le quantità appena introdotte sono delle coordinate e in quanto tali fornite di segno; nell'esempio proposto in figura si avrebbe infatti $z_{BC} > 0$, $z_{PI} < 0$, $x_{SHAFT} > 0$. Ciò tuttavia non è di validità generale.

Dopo questa introduzione generale si sottolinea che nel caso di pompe a cilindrata variabile con inversione della cilindrata si verifica normalmente quanto segue :

- z_{BC} dipende dall'assemblaggio della pompa
- $z_{PI} = H_{Pa}$ posizione assiale del piatto inclinato
- $x_{SHAFT} = 0$ cioè il centro di rotazione del piatto inclinato giace sull'asse di rotazione della macchina

Questo in pratica fa sì che i centri delle sfere dei pistoni giacciono sempre su di un piano infulcrato nel centro di rotazione della macchina; si ha inoltre, come anticipato, che la rotazione per angoli β positivi sia simmetrica rispetto alla rotazione del piatto con angoli negativi, per garantire infatti che, a parità di angolo di rotazione del piatto si abbia la stessa cilindrata geometrica e quindi la stessa portata teorica.

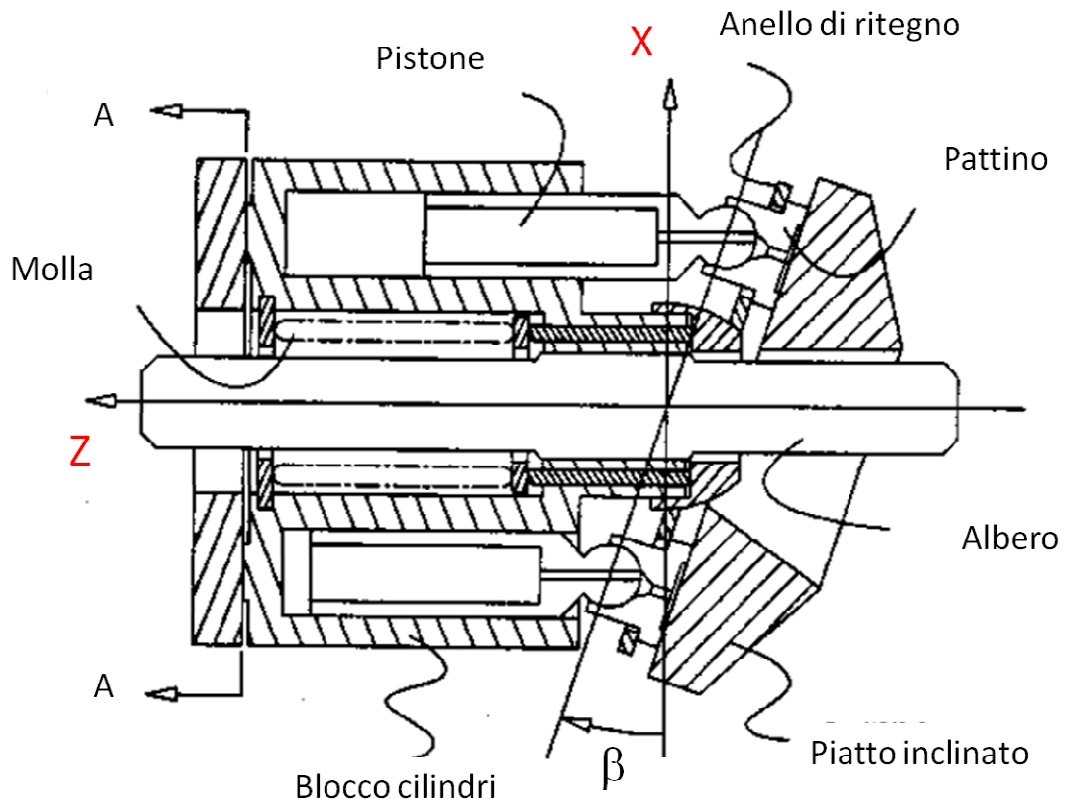


Figura 15 Sezione di una pompa a pistoni assiali a cilindrata variabile

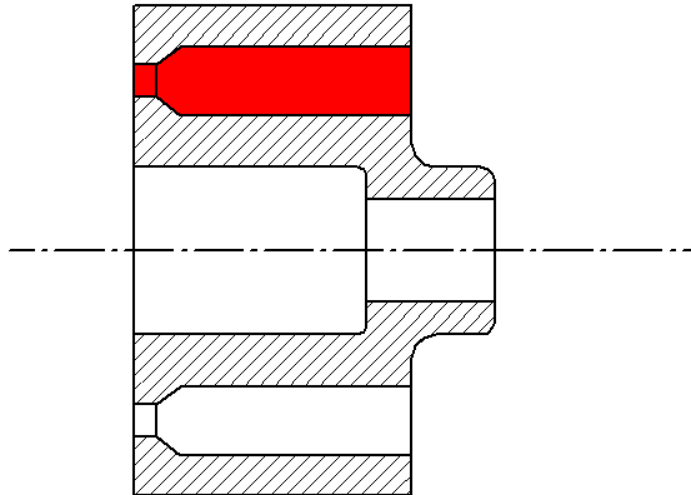


Figura 16 Sezione blocco cilindri con in rosso in evidenza il volume V_{BC0}

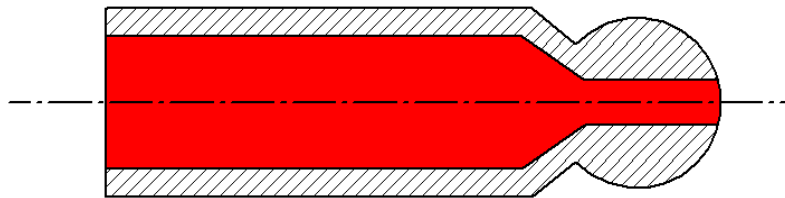


Figura 17 Sezione pistone pompante con in rosso in evidenza il volume V_{P0}

Si considerano ora tre punti “notevoli” della macchina e in particolare del gruppo dato dall’assieme di pistone e pattino; tali punti saranno successivamente molto utili per la determinazione di alcune grandezze fondamentali per la risoluzione dell’equazione di continuità all’interno della camera del pistone.

Si considerano i punto Q, T, e P indicati in figura

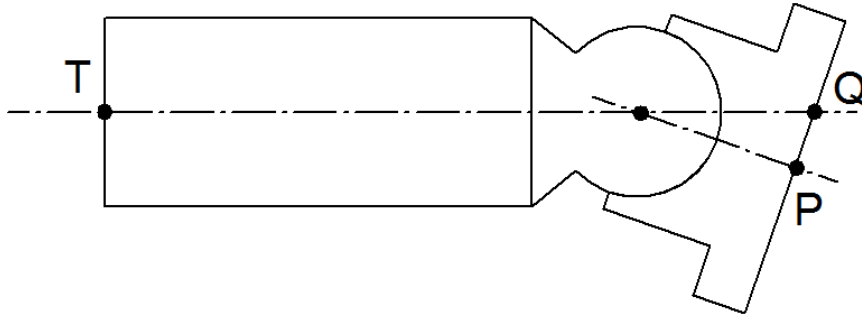


Figura 18 Gruppo pompante, pistone più pattino, con punti T, P e Q

- T identifica il “cielo” del pistone, ovvero il fronte che, nel caso di pistone pieno, delimiterebbe il lato mobile della camera a volume variabile
- Q si trova all’intersezione tra la superficie di interfaccia tra pattino e piatto inclinato e l’asse del pistone
- P si trova all’intersezione tra la superficie di interfaccia tra pattino e piatto inclinato e l’asse del pattino

Attraverso dei semplici calcoli trigonometrici è possibile determinare le coordinate di questi tre punti.

Coordinate del punto Q

$$\begin{bmatrix} x_Q = r_{cp} \cos(\theta) - x_{SHAFT} \\ y_Q = r_{cp} \sin(\theta) \\ z_Q = \frac{z_{PI}}{\cos(\beta)} + (x_{SHAFT} - r_{cp} \cos(\theta)) \tan(\beta) \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

Coordinate del punto P

$$\begin{bmatrix} x_P = x_Q - \cos(\beta) H_{Pa} \tan(\beta) \\ y_P = y_Q \\ z_P = z_Q + \sin(\beta) H_{Pa} \tan(\beta) \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

Coordinate del punto T

$$\begin{bmatrix} x_T = x_Q \\ y_T = y_Q \\ z_T = z_Q + \frac{H_{Pa}}{\cos(\beta)} + L_P \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

Date le coordinate di questi punti si può determinare

- La velocità assiale del pistone, data da

$$v_P = \frac{dz_Q}{dt} \quad (3-21)$$

Per cui dalla formula precedente si ha

$$v_P = r_{cp} \operatorname{tg}(\beta) \sin(\theta) \omega \quad (3-22)$$

- L'accelerazione assiale del pistone, data da

$$a_P = \frac{dv_P}{dt} \quad (3-23)$$

Per cui dalla formula precedente e supponendo che la velocità di rotazione della macchina sia costante durante il funzionamento della stessa, si ha

$$a_P = r_{cp} \operatorname{tg}(\beta) \cos(\theta) \omega^2 \quad (3-24)$$

Volume della camera pompante

Si parte dal determinare il volume della camera nel particolare caso in cui l'angolo di inclinazione del piatto inclinato sia nullo, cioè con cilindrata nulla; tale volume è indicato con V_0 .

Cercando anche in questo caso di seguire una trattazione più generale possibile definendo tale volume V_0 come somma di due volumi costanti (definiti dal pistone e dal blocco pompante) più un volume funzione delle quote di assemblaggio della pompa (z_{BC} e z_{PI}).

Si ha quindi che il volume della camera nella condizione di angolo del piatto $\beta = 0$ è dato da

$$V_0 = V_{P0} + V_{BC0} - \frac{\pi}{4} d_p^2 (z_{T0} - z_{BC}) \quad (3-25)$$

Dove V_{P0} è il volume interno al pistone, vedere Figura 17, e V_{BC0} è il volume interno al blocco pompante, vedere Figura 16.

Inoltre z_{T0} indica la posizione del punto T nel caso di angolo $\beta = 0$ che dall'equazione precedente è dato da

$$z_{T0} = H_{Pa} + L_P + z_{PI} \quad (3-26)$$

A questo punto risulta necessario calcolare il volume della camera pompante nel caso di angolo del piatto diverso da zero; ovviamente tale volume dipenderà, oltre che dall'angolo di rotazione del piatto β , anche dalla posizione angolare del pistone stesso. Se indichiamo con θ l'angolo che, nel piano x-y determina la posizione angolare della traccia dell'asse del pistone, allora si ha il volume è dato dal volume V_0 più il volume aggiunto o sottratto dal pistone rispetto alla configurazione con $\beta = 0$. Per cui

$$V = V_0 - \frac{\pi}{4} d_p^2 (z_T - z_{T0})$$

La variazione istantanea di volume della camera pompante può essere ottenuta derivando rispetto al tempo l'espressione del volume appena trovata, per cui

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{\pi}{4} d_p^2 \frac{d(z_T - z_{T0})}{dt} \\ \frac{dV}{dt} &= -\frac{\pi}{4} d_p^2 v_P \end{aligned}$$

Con v_P velocità lineare del pistone lungo il proprio asse.

Si nota che per valori positivi della velocità, la variazione istantanea del volume è negativa in quanto il pistone sta percorrendo la corsa di entrata nel cilindro con conseguente diminuzione del volume della camera pompante.

3.6 Analisi statica

Come anticipato interessa determinare le forze e coppie scambiate tra il gruppo rotante e il piatto inclinato; in particolare tali forze sono scambiate direttamente tra pattino e piatto inclinato.

L'analisi sarà affrontata considerando un generico pistone individuato dalla posizione angolare θ . In un secondo momento si procederà sommando opportunamente i contributi dovuti agli n_p pistoni.

Si nota che l'interfaccia tra pattino e piatto inclinato è costituita da un film di olio lubrificante che separa queste due superfici; si ha quindi che in questa interfaccia vi è una distribuzione di pressione agente su i due componenti. Tale distribuzione dipende dalle condizioni di lubrificazione, funzione quindi della pressione operativa, velocità di rotazione e temperatura (quindi viscosità) dell'olio lubrificante.

Considerando il gruppo pompante dato da pistone più pattino si ha che il sistema di forze che agisce su di esso è dato da :

- Forza di pressione F_p

Risultante sul pistone della pressione nella camera del cilindro

$$F_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -p \frac{\pi}{4} d_P^2 \end{bmatrix}$$

- Forza centrifuga

$$F_c = \begin{bmatrix} (m_P + m_{Pa}) r_{cp} \omega^2 \cos(\theta) \\ (m_P + m_{Pa}) r_{cp} \omega^2 \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dove m_P e m_{Pa} indicano rispettivamente la massa del pistone e del pattino.

- Forza di attrito viscoso F_v

Con forza di attrito viscoso si intende la forza di attrito esercitata dal meato di lubrificazione tra pistone e blocco cilindri, proprio sul pistone.

Da un punto di vista generale tale forza, la si ottiene per integrazione del campo di pressione, che si crea all'interno del meato. Il suddetto campo di pressione, o meglio la sua integrazione, determina una forza risultante con tre componenti non nulle, ovvero una componente tangenziale (che è proprio la forza di attrito, e una componente ortogonale all'asse del pistone.

Come meglio evidenziato nei capitoli successivi, determinare in via generale tale forza è tutt'altro che banale ancor più se si considera che il pistone è libero di compiere dei micro-movimenti (nell'ordine appunto del micron) all'interno del blocco cilindri; tali spostamenti, se pur nell'ordine del millesimo di millimetro, hanno un effetto tutt'altro che trascurabile in quanto determinano un campo di pressione completamente differente dal caso idrostatico, che si avrebbe considerando un meato ad altezza costante.

Numerosi studi sono stati (vedere [9] [10] [13] [14]) compiuti per calcolare per via numerica e sperimentale la forza di attrito, e dimostrano come questa, considerando un meato ad altezza non costante, sia notevolmente differente da quello che si otterrebbe in caso di meato ad altezza costante.

Un modello numerico che permetta di determinare tali forze possiede un approccio completamente differente dal modello qui introdotto, in quanto il calcolo coinvolge necessariamente le deformazioni elastiche dei corpi separati del film di olio lubrificante, lo scambio termico tra corpi solidi e film liquido.

Ciò comporterebbe l'adozione di un modello bidimensionale, necessario per il calcolo della distribuzione di pressione, e in più un modello tridimensionale, necessario per il calcolo delle

deformazioni elastiche dei corpi (attraverso l'approccio agli elementi finiti) e dello scambio termico.

Il quadro appare quindi molto complesso e non compatibile con lo scenario del modello zero-dimensionale, sia in termini tecnici dal punto di vista dell'impostazioni del modello numerico, sia in termini pratici in quanto tale approccio ha il suo punto di forza sulla rapidità di calcolo, estrema parametrizzazione e semplicità di impostazione dei calcoli.

L'unica strada percorribile in questa fase è quella di considerare la forza di attrito derivante da un meato ad altezza costante; questo è in evidente contraddizione con quanto sopra esposto ma si è scelto di considerare tale termine per garantire una corretta impostazione formale del modello stesso.

$$F_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\pi d_p L_c \mu v_p}{h_{PBC}} \end{bmatrix}$$

Dove L_c indica la lunghezza del tratto di tenuta meccanica tra pistone e blocco cilindri. Si nota che tale lunghezza, nel caso di angolo di inclinazione del piatto inclinato β diverso da zero, è variabile in funzione della posizione angolare del pompante.

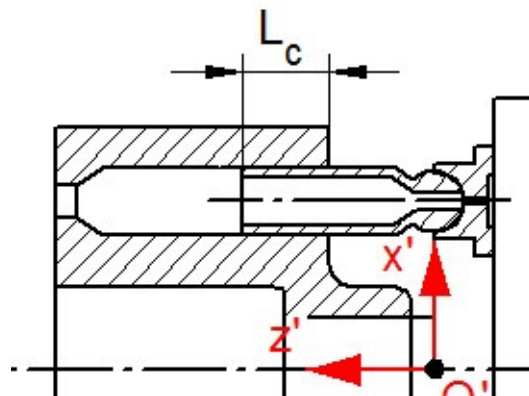


Figura 19 La lunghezza L_c del meato di trafilamento.

Si ha quindi

$$L_c = z_T - z_{BC} \quad (3-27)$$

- Reazione del piatto inclinato F_{PIPa}

Tale forza la si ottiene come risultante del campo di pressione presente nel film di olio tra pattino e piatto inclinato.

In tal senso valgono tutte le considerazioni fatte nel caso del meato tra pistone e blocco cilindri; vi è tuttavia una precisazione fondamentale che è opportuno fare: il meato tra pattino e piatto eserciterà sul pattino una forza normale alla superficie definita dal piatto inclinato stesso $F_{PIPa,n}$, e una forza giacente nello stesso piano $F_{PIPa,t}$. La prima forza è quella che permette il sostentamento del pattino evitando che si realizzi il contatto diretto metallo-metallo; la seconda forza è la forza di attrito, presente a causa del moto relativo tra pattino e piatto inclinato. È chiaro che in presenza di un regime di lubrificazione idrodinamica e quindi in totale assenza di un contatto diretto tra i due componenti in oggetto, la componente normale dovrà essere tale da garantire l'equilibrio del gruppo pompante evitandone come detto il contatto con il piatto inclinato.

L'equazione di equilibrio del gruppo pompante è data da

$$F_i + F_c + F_{BCP} + F_{PIPa} + F_p = 0 \quad (3-28)$$

Considerando l'equilibrio lungo l'asse z si ottiene

$$F_i + F_v + F_{PIPa,n} \cos(\beta) + F_p = 0 \quad (3-29)$$

In cui l'unica incognita è $F_{PIPa,n}$.

Da cui si ottiene

$$F_{PIPa,n} = - \frac{(F_i + F_v + F_p)}{\cos(\beta)} \quad (3-30)$$

A questo punto è possibile determinare la coppia scambiata tra pattino e piatto inclinato o meglio tra piatto inclinato e gruppo rotante inteso come pattino, pistone e blocco pompante.

Si ha quindi che

$$\bar{M}_{PIPa} = \bar{P} \times \bar{F}_{PIPa} \quad (3-31)$$

Per cui esprimendo separatamente le varie componenti di $\bar{M}_{PIPa}$

$$\bar{M}_{PIPa} = \begin{bmatrix} M_{PIPa,x} \\ M_{PIPa,y} \\ M_{PIPa,z} \end{bmatrix} \quad (3-32)$$

Si osserva che banalmente per il principio di azione reazione la forza esercitata dal pattino sul piatto inclinato, così come la coppia, sono espresse da:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{PaPI} &= -\bar{F}_{PIPa} \\ \bar{M}_{PaPI} &= -\bar{M}_{PIPa} \end{aligned} \quad (3-33)$$

Supponendo che sia trascurabile la forza di attrito viscoso tra pistone e blocco cilindri, $F_v = 0$, si ha che

$$M_{PIPa,x} = -r_{cp} \sin(\theta) (F_p + F_i + F_v) \quad (3-34)$$

$$M_{PIPa,y} = \frac{r_{cp} \cos(\theta) (F_p + F_i + F_v)}{\cos^2(\beta)} \quad (3-35)$$

$$M_{PIPa,z} = r_{cp} \sin(\theta) \tan(\beta) (F_p + F_i + F_v) \quad (3-36)$$

Ipotizzando che F_v sia trascurabile ed esplicitando F_p ed F_v si ha che:

$$\begin{aligned} M_{PIPa,x} &= r_{cp} \sin(\theta) \left(\frac{\pi}{4} d_p^2 p(\theta) \right. \\ &\quad \left. + (m_p + m_{Pa}) r_{cp} \tan(\beta) \cos(\theta) \omega^2 \right) \end{aligned} \quad (3-37)$$

$$M_{PIPa,y} = \frac{r_{cp} \cos(\theta)}{\cos^2(\beta)} \left(-\frac{\pi}{4} d_p^2 p(\theta) - (m_p + m_{pa}) r_{cp} \tan(\beta) \cos(\theta) \omega^2 \right) \quad (3-38)$$

$$M_{PIPa,z} = r_{cp} \sin(\theta) \tan(\beta) \left(-\frac{\pi}{4} d_p^2 p(\theta) - (m_p + m_{pa}) r_{cp} \tan(\beta) \cos(\theta) \omega^2 \right) \quad (3-39)$$

Interessa ora determinare la coppia media scambiata tra piatto inclinato e gruppo rotante, che come detto è costituito da pattino, pistone e blocco pompanti.

Per fare questo è opportuno integrare le espressioni delle coppie appena determinate e sommare tutti i contributi dovuti agli n_p pistoni.

Per chiarezza si indicherà con $\tilde{M}_{PIBR,x}$ $\tilde{M}_{PIBR,y}$ $\tilde{M}_{PIBR,z}$ le coppie medie esercitate dal piatto inclinato sul blocco rotante (la dicitura precedente infatti si riferiva alle coppie scambiate tra piatto inclinato e singolo pattino).

Si ha quindi

$$\tilde{M}_{PIBR,x} = n_p \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{PIPa,x} d\theta \quad (3-40)$$

$$\tilde{M}_{PIBR,y} = n_p \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{PIPa,y} d\theta \quad (3-41)$$

$$\tilde{M}_{PIBR,z} = n_p \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{PIPa,z} d\theta \quad (3-42)$$

Tale integrale può essere risolto solo se è noto l'andamento temporale della pressione nella camera del pistone.

Da un punto di vista ideale si assume che la pressione sia quella dovuta a una distribuzione ideale, ovvero pari al valore della pressione di mandata per 180° di rotazione dell'albero e pari alla pressione di aspirazione per i rimanenti 180° con transizione istantanea esattamente nei due punti morti. Tuttavia risulta interessante determinare l'andamento delle coppia scambiate tra piatto e blocco rotante nel caso in cui si assuma che il transitorio di pressione, pur non essendo esattamente pari al transitorio reale, tenga comunque conto di un ritardo nella dinamica di pressione.

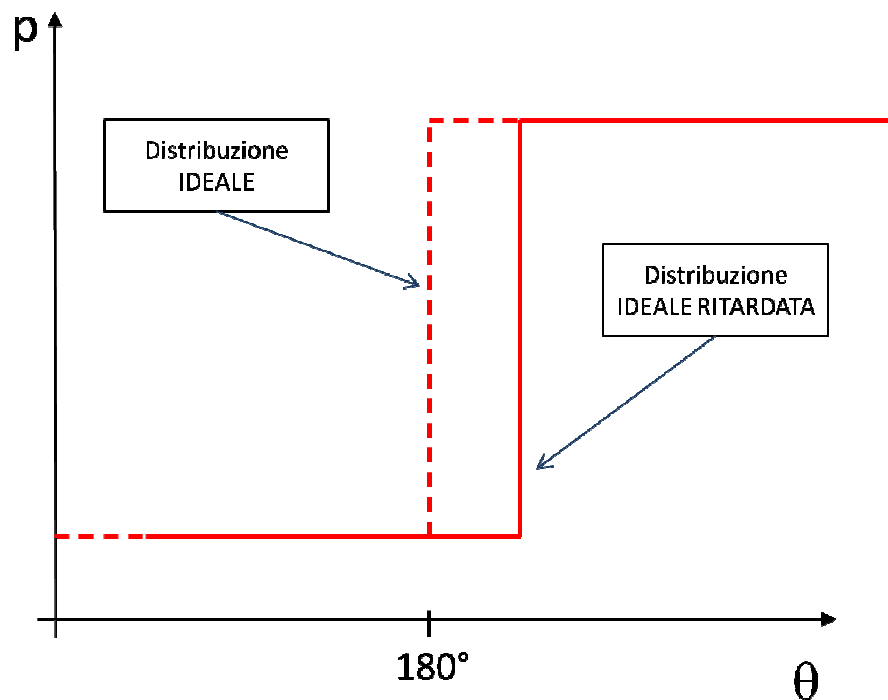


Figura 20

In questo caso, si suppone ancora di avere una transizione istantanea dal valore di mandata al valore di aspirazione e dal valore di aspirazione al valore di mandata, se si considera che in entrambi i casi ciò avvenga con un angolo di ritardo θ_r rispetto al punto morto.

Ricordando l'espressione dello spostamento assiale del singolo pompante e supponendo che l'angolo di inclinazione del piatto β e la velocità di rotazione ω siano entrambi positivi, si ha che tra 0 e π viene effettuata la corsa di mandata, che nel caso di una pompa coincide con la comunicazione con l'ambiente di alta pressione p_H , mentre tra π e 2π si ha

la corsa di aspirazione, che nel caso di una pompa coincide con la comunicazione con l'ambiente di bassa pressione p_L .

Si ha quindi:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{PIBR,x} = n_P \frac{1}{2\pi} & \left(\int_{\theta_r}^{\pi+\theta_r} M_{PIPa,x}|_{p=p_H} d\theta \right. \\ & \left. + \int_{\pi+\theta_r}^{2\pi+\theta_r} M_{PIPa,x}|_{p=p_L} d\theta \right) \end{aligned} \quad (3-43)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{PIBR,y} = n_P \frac{1}{2\pi} & \left(\int_{\theta_r}^{\pi+\theta_r} M_{PIPa,y}|_{p=p_H} d\theta \right. \\ & \left. + \int_{\pi+\theta_r}^{2\pi+\theta_r} M_{PIPa,y}|_{p=p_L} d\theta \right) \end{aligned} \quad (3-44)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{PIBR,z} = n_P \frac{1}{2\pi} & \left(\int_{\theta_r}^{\pi+\theta_r} M_{PIPa,z}|_{p=p_H} d\theta \right. \\ & \left. + \int_{\pi+\theta_r}^{2\pi+\theta_r} M_{PIPa,z}|_{p=p_L} d\theta \right) \end{aligned} \quad (3-45)$$

Svolgendo gli integrali si ha

$$\tilde{M}_{PIBR,x} = \frac{1}{4} n_P r_{cp} \cos(\theta_r) d_P^2 (p_H - p_L) \quad (3-46)$$

$$\tilde{M}_{PIBR,y} = \frac{1}{4\cos^2(\beta)} n_p r_{cp} [\sin(\theta_r) d_p^2 (p_H - p_L) - 2(m_p + m_{pa}) \tan(\beta) \omega^2] \quad (3-47)$$

$$\tilde{M}_{PIBR,z} = -\frac{1}{4} n_p r_{cp} \tan(\beta) \cos(\theta_r) d_p^2 (p_H - p_L) \quad (3-48)$$

Ricordando l'espressione della cilindrata si ha

$$V_g = n_p 2r_{cp} \tan(\beta) \frac{\pi}{4} d_p^2 \quad (3-49)$$

$$\tilde{M}_{PIBR,z} = -\frac{V_g}{2\pi} \cos(\theta_r) (p_H - p_L) \quad (3-50)$$

La coppia $\tilde{M}_{PIBR,z}$, appena determinata, è uguale e contraria alla coppia all'albero della pompa che correttamente, nel caso di una pompa, è positiva in quanto avente verso uguale alla velocità di rotazione.

Si nota che un angolo di ritardo positivo provoca una riduzione della coppia al piatto con una conseguente riduzione del rendimento idromeccanico.

Si nota invece che $\tilde{M}_{PIBR,y}$ è costituita da due termini, un termine dipendente dalla dinamica di pressione, quindi dalla differenza di pressione $p_H - p_L$ e dal ritardo θ_r , e da un secondo termine dipendente dall'inerzia meccanica del gruppo pompante (pattino più pistone).

Ragionando ora sulla coppia che il gruppo rotante esercita sul piatto inclinato, si ha che questa è uguale e contraria alla coppia $\tilde{M}_{PIBR,y}$.

$$\tilde{M}_{BRPI,y} = \frac{1}{4\cos^2(\beta)} n_p r_{cp} [-\sin(\theta_r) d_p^2 (p_H - p_L) + 2(m_p + m_{pa}) \tan(\beta) \omega^2] \quad (3-51)$$

Si nota quindi che un ritardo nella pressurizzazione delle camere pompanti, ovvero $\theta_r > 0$, determina una coppia negativa, che tende a

azzerare la cilindrata della pompa, mentre il termine di inerzia è positivo per cui l'inerzia del gruppo pompante tende ad aumentare la cilindrata della pompa.

Allo stesso modo un anticipo nella pressurizzazione delle camere, ovvero $\theta_r < 0$, determina una coppia positiva sul piatto, che tende ad aumentare la cilindrata della pompa.

Questo fenomeno determina il comportamento dinamico della pompa da un punto di vista del controllo della cilindrata.

Si consideri ad esempio un carico (cioè $p_H - p_L$) crescente nel tempo sulla pompa. Nel caso di una pompa con distribuzione ritardata si ha quindi un aumento della coppia che tende ad azzerare la cilindrata della pompa; a parità di azionamento esterno, che si tratti di comando manuale o idraulico, ciò porta a una riduzione della cilindrata stessa.

Questo comportamento equivale a un limitatore di potenza intrinseco nella pompa in quanto, a fronte di un aumento del carico corrisponde una riduzione della portata erogata che quindi equivale a un contenimento, o al limite azzeramento, della potenza assorbita.

Questa caratteristica delle pompe ritardate è una caratteristica importante e al tempo stesso ricercata talvolta nelle applicazioni mobili; si pensi ad esempio a una pompa trascinata da un motore endotermico, e che la pompa sia utilizzata per la traslazione del veicolo stesso. Qualora il carico sulla pompa aumenti, come nel caso in cui attraverso una pala montata sul veicolo stesso, si stia compiendo un'operazione di carico, allora si ha che, in assenza di una distribuzione ritardata, il carico sulla pompa aumenterebbe con un conseguente aumento della potenza assorbita che in funzione della coppia erogata dal motore, può corrispondere a una riduzione dei giri dello stesso; in funzione del dimensionamento relativo tra pompa e motore endotermico ciò può proseguire fino al raggiungimento, ed eventualmente superamento, del numero di giri minimi del motore, con conseguente spegnimento di quest'ultimo.

Ciò prende il nome di *stallo* del motore endotermico che non è in grado di erogare potenza sufficiente rispetto a quella richiesta dalla pompa, portando il motore allo spegnimento.

Nel caso di distribuzione ritardata si ha invece che a fronte di un aumento del carico, la pompa riduce naturalmente la sua cilindrata e di conseguenza la potenza assorbita.

Una distribuzione ritardata permette un accoppiamento ottimale tra motore endotermico e pompa a pistoncini, soprattutto nel caso che il motore endotermico non sia in grado di erogare tutta la potenza eventualmente richiesta dalla pompa.

Di contro si pensi al caso in cui il motore endotermico sia sovradimensionato o comunque in grado di erogare tutta la potenza richiesta; il tal caso una distribuzione ritardata avrebbe come unico effetto quello di limitare la potenza erogata dal motore sebbene potenzialmente erogabile; si avrebbe quindi un depotenziamento del motore probabilmente inatteso.

Consideriamo ora il caso di distribuzione anticipata. L'effetto che si avrebbe dall'accoppiamento con un motore endotermico è chiaro in quanto l'effetto è opposto a quello precedentemente descritto. Si vuole però metter in risalto un altro aspetto : supponiamo che l'utente mantenga costante nel tempo il comando, sia nel caso di comando meccanico che idraulico, e che questo sia parziale, ovvero che l'utente stia posizionando la pompa a cilindrata parziale; si ha quindi che a fronte di un aumento del carico, un distributore anticipato provocherebbe un aumento della cilindrata. Questa situazione equivale al caso in cui un automobilista mantiene costante la posizione dell'acceleratore ma vede tuttavia aumentare di velocità del proprio veicolo. Dal punto di vista della qualità del controllo ma anche della sicurezza dell'utente questa situazione deve essere assolutamente evitata.

Risulta infine utile, soprattutto per l'analisi dei risultati, valutare l'angolo di ritardo di una generica distribuzione di pressione, non ideale.

Ciò può essere fatto poiché il modello permette di determinare le coppie al piatto, tra cui la M_y , ed è quindi possibile determinare l'angolo di

ritardo, ovvero il ritardo che dovrebbe avere la distribuzione ideale per determinare la stessa coppia sul piatto oscillante.

Risolviendo l'equazione (3-51) rispetto all'angolo di ritardo si ottiene

$$\theta_r = -\sin \left(\frac{4 \frac{\tilde{M}_{BRPI,y}}{n_P} \cos^2(\beta) - 2 m r_{cp}^2 \tan(\beta) \omega^2}{r_{cp} d_P^2 (p_H - p_L)} \right) \quad (3-52)$$

3.7 Risultati

In questo paragrafo si analizzano i risultati forniti dal modello zero-dimensionale nel caso di una pompa a pistoncini assiali e piatto inclinato per circuito chiuso, attualmente presente sul mercato.

Per motivi di confidenzialità nei confronti del produttore della pompa stessa, tutti i risultati di seguito esposti saranno riportati nella forma adimensionalizzata.

Si è preferito analizzare in prima battuta i risultati ottenuti considerando tutti i parametri geometrici che caratterizzano la pompa in esame, senza apportare alcuna modifica; tali risultati saranno esposti nella sezione denominata *Distributore standard*, il cui titolo fa riferimento al fatto che i risultati sono stati ottenuti considerando il distributore effettivamente presente sulla pompa.

In seconda battuta si studierà cosa succede al variare del ritardo/anticipo del distributore così come dell'ampiezza dell'angolo di incrocio e delle dimensioni della fresatura silenziante.

3.7.1 Distributore standard

Si riportano di seguito i parametri geometrici che caratterizzano la distribuzione della pompa in esame.

Parametri distribuzione	
$ampbaf_1$	15 deg
$wbaf_1$	1,8 mm
$hbaf_1$	0,9 mm
θ_1	44 deg
amp_1	36 deg
θ_2	98 deg
amp_2	37 deg
θ_3	147 deg
amp_3	36 deg
$ampbaf_4$	15 deg
$wbaf_4$	1,8 mm
$hbaf_4$	0,9 mm
θ_4	44+180 deg
amp_4	36 deg
θ_5	98+180 deg
amp_5	37 deg
θ_6	147+180 deg
amp_6	36 deg
amp_{BC}	33 deg

Tabella 1 Parametri geometrici descrittivi del piatto di distribuzione.

Da questi parametri geometrici è possibile determinare altri angoli che caratterizzano in maniera più sintetica il tipo di distribuzione in esame.

Si definiscono :

- θ_{CL} = posizione angolare del pistone per cui si ha la chiusura della comunicazione tra la camera del pistone stesso e l'ambiente di bassa pressione p_L .
- θ_{aBH} = posizione angolare del pistone per cui inizia l'apertura della comunicazione tra la camera del pistone stesso e l'ambiente di alta pressione p_H attraverso il baffo posto sulla luce di alta pressione.
- θ_{aH} = posizione angolare del pistone per cui inizia l'apertura della comunicazione tra la camera del pistone stesso e

l'ambiente di alta pressione p_H attraverso la luce di alta pressione.

- θ_{bp} = ampiezza angolare per cui il pistone vede la contemporanea comunicazione con l'ambiente di bassa e alta pressione, baffo compreso (angolo di by-pass).

Con la geometria considerata si ha

Parametri distribuzione	
θ_{cL}	1,5 Deg
θ_{aBH}	5,5 Deg
θ_{aH}	9,5 Deg
θ_{OL}	7 Deg

Tabella 2 Parametri di "fasatura" del distributore.

Rispetto alla distribuzione ideale, che vede la contemporanea chiusura della comunicazione con la bassa pressione e apertura della comunicazione con l'alta pressione al punto morto, ovvero in $\theta = 0^\circ$, si nota, in virtù della tabella sopra, che:

1. La comunicazione con la bassa pressione viene chiusa in ritardo di $1,5^\circ$
2. L'apertura della luce di alta pressione inizia con $9,5^\circ$ di ritardo
3. Vi è a cavallo del punto morto un'ampia zona, $\theta_{bp} = 7^\circ$, di contemporanea apertura della comunicazione con l'alta e bassa pressione, sebbene l'alta sia in comunicazione solo attraverso il baffo e per 7 dei suoi 15 gradi di ampiezza, quindi con un'area notevolmente ridotta.

Considerata la larghezza e altezza del baffo si conclude che l'andamento di distribuzione che consegue dalla distribuzione in esame sarà ritardato rispetto alla distribuzione ideale.

Tutti i risultati di seguito riportati sono stati ottenuti considerando un olio ISO VG 46 ad una temperatura di 50°C ; queste condizioni comportano una viscosità cinematica $\nu = 30 \text{ cSt}$. Si è inoltre adottato un modulo di comprimibilità $B = 15000 \text{ bar}$.

Tutte le simulazioni sono state eseguite con una pressione di aspirazione p_L pari a 20 bar.

Si nota che tutte le simulazioni sono state eseguite integrando l'equazione differenziale su $\theta \in [0, 540^\circ]$; questo perché la parte iniziale della simulazione è affetta dalle condizioni iniziali per cui trascurando i primi 180° si avranno 360° , ovvero un giro macchina, in cui la pressione non risentirà delle condizioni iniziali.

Le quantità medie saranno ottenute come medie appunto, nell'intervallo $[180^\circ, 540^\circ]$.

Si definiscono ora una serie di quantità utili per l'analisi dei risultati

- $p_{MAX} = \max_{180^\circ < \theta < 540^\circ} p(\theta)$
- $p_{MIN} = \min_{180^\circ < \theta < 540^\circ} p(\theta)$
- θ_r l'angolo di ritardo della distribuzione di pressione, ovvero l'angolo che la distribuzione ideale dovrebbe avere per generare la stessa coppia M_y sul piatto inclinato, vedere equazione.
- $Q_{A,n}$ portata di mandata istantanea totale, ovvero portata complessiva sulla linea di mandata dovuta agli n_p pistoni; il calcolo fornisce la portata istantanea del primo pistone, si determina quindi la portata del secondo pistone sfasando la portata del primo pistone dell'angolo $\frac{360^\circ}{n_p}$. Ripetendo ciò per tutti i pistoni e sommando quindi tutte le portate determinate si ottiene la portata istantanea totale alla mandata.
- $Q_{B,n}$ portata di aspirazione istantanea totale, ovvero portata complessiva sulla linea di aspirazione dovuta agli n_p pistoni; procedimento del tutto analogo alla portata $Q_{A,n}$.
- $Q_{T,n}$ portata di drenaggio totale, ovvero portata complessiva sulla dovuta agli n_p pistoni; procedimento del tutto analogo alla portata $Q_{A,n}$.
- $\bar{Q}_A$ portata media mandata da un singolo volume pompante

$$\bar{Q}_A = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{\pi}^{3\pi} Q_A(\theta) d\theta \right|$$

- $\bar{Q}_B$ portata media aspirata da un singolo volume pompante

$$\bar{Q}_B = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{\pi}^{3\pi} Q_B(\theta) d\theta \right|$$

- $\bar{Q}_T$ portata media di drenaggio di un singolo volume pompante

$$\bar{Q}_T = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{\pi}^{3\pi} Q_T(\theta) d\theta \right|$$

- $\bar{Q}_{A,n}$ portata media totale mandata da tutti gli n_p volumi pompanti

$$\bar{Q}_{A,n} = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{\pi}^{3\pi} Q_{A,n}(\theta) d\theta \right|$$

- $\bar{Q}_{B,n}$ portata media totale aspirata da tutti gli n_p volumi pompanti

$$\bar{Q}_{B,n} = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{\pi}^{3\pi} Q_{B,n}(\theta) d\theta \right|$$

- $\bar{Q}_{T,n}$ portata media totale di drenaggio di tutti gli n_p volumi pompanti

$$\bar{Q}_{T,n} = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{\pi}^{3\pi} Q_{T,n}(\theta) d\theta \right|$$

1. *IRQA* indice di irregolarità della portata totale alla mandata

$$IRQA = \left| \frac{\max_{\pi \leq \theta \leq 3\pi} Q_{A,n} - \min_{\pi \leq \theta \leq 3\pi} Q_{A,n}}{\bar{Q}_{A,n}} \right| \quad (3-53)$$

2. $M_{BRPIy,min}$ valore minimo di coppia al piatto in un giro della macchina

$$M_{BRPIy,min} = \min_{\pi \leq \theta \leq 3\pi} M_{BRPIy}$$

3. $M_{BRPIy,max}$ valore massimo di coppia al piatto in un giro della macchina

$$M_{BRPIy,max} = \max_{\pi \leq \theta \leq 3\pi} M_{BRPIy}$$

4. $M_{BRPIy,mean}$ valore medio di coppia al piatto in un giro della macchina

$$M_{BRPIy,mean} = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{3\pi} M_{BRPIy}(\theta) d\theta$$

5. ΔM_{BRPIy} ampiezza dell'oscillazione della coppia al piatto in un giro della macchina

$$\Delta M_{BRPIy} = |M_{BRPIy,max} - M_{BRPIy,min}| \quad (3-54)$$

Si ricorda che:

$$\bar{Q}_{A,n} = \bar{Q}_{TEO,n} - \bar{Q}_{T,n} - \bar{Q}_{COMP,n} - \bar{Q}_{RIF,n}$$

Ipotizzando che la portata di riflusso sia trascurabile, cosa che non è sempre vera e in particolare dipende dal particolare tipo di distribuzione e in particolare dal valore dell'angolo di ricoprimento, si può calcolare la portata di comprimibilità come

$$\bar{Q}_{COMP,n} = \bar{Q}_{TEO,n} - \bar{Q}_{A,n} - \bar{Q}_{T,n}$$

Risulta inoltre utile determinare una serie di portate adimensionalizzate rispetto alla portata teorica media totale

$$\bar{Q}_{TEO,n} = V_g \omega \quad (3-55)$$

$$Q_A^* = \frac{\bar{Q}_{A,n}}{\bar{Q}_{TEO}} \quad (3-56)$$

$$Q_B^* = \frac{\bar{Q}_{B,n}}{Q_{TEO}} \quad (3-57)$$

$$Q_T^* = \frac{\bar{Q}_{T,n}}{Q_{TEO}} \quad (3-58)$$

$$Q_{COMP}^* = \frac{\bar{Q}_{COMP,n}}{Q_{TEO}} \quad (3-59)$$

Si nota che le portate adimensionalizzate (3-56) e (3-57) rappresentano in sostanza le due fonti di riduzione del rendimento volumetrico. In tal senso è interessante valutare il peso di ciascuno sul rendimento volumetrico. Ricordando l'espressione della coppia teorica all'albero, si possono adimensionalizzare anche le coppie al piatto :

$$C_{TEO} = \frac{V_g \Delta p}{2\pi} \quad (3-60)$$

$$M_{BRPIy,max}^* = \frac{M_{BRPIy,mean}}{C_{TEO}} \quad (3-61)$$

$$M_{BRPIy,min}^* = \frac{M_{BRPIy,min}}{C_{TEO}} \quad (3-62)$$

$$M_{BRPIy,mean}^* = \frac{M_{BRPIy,mean}}{C_{TEO}} \quad (3-63)$$

$$\Delta M_{BRPI}^* = \left| \frac{M_{BRPIy,max} - M_{BRPIy,min}}{C_{TEO}} \right| \quad (3-64)$$

Si riportano di seguito i grafici della pressione nella camera del pistone e delle portate Q_A (portata scambiata con l'ambiente di alta pressione p_H), Q_B (portata scambiata con l'ambiente di bassa pressione p_L); si nota che le portate hanno segni coerenti con la convenzione adottata, ovvero portata positiva se entrante nella camera del pistone e negativa se uscente.

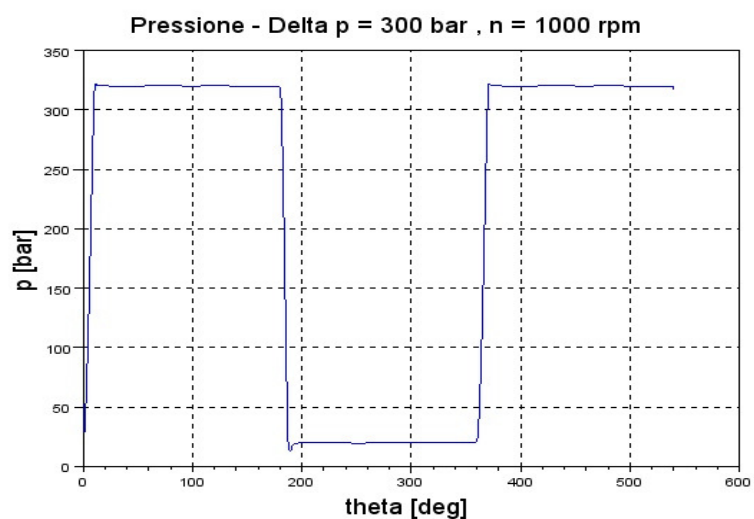
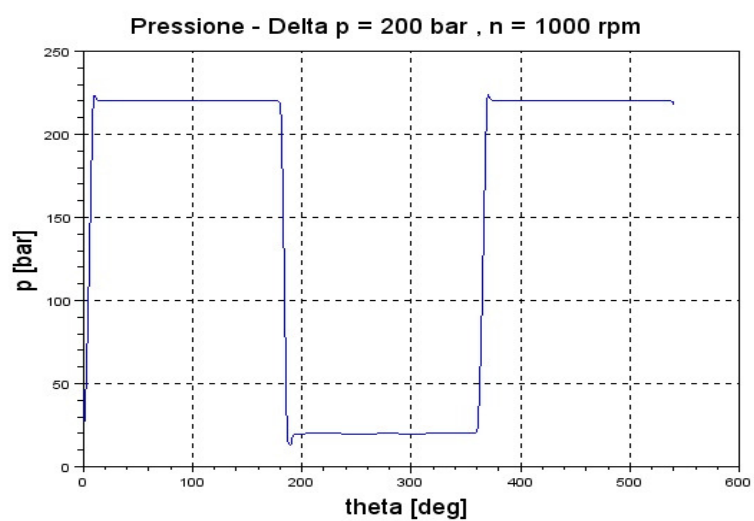
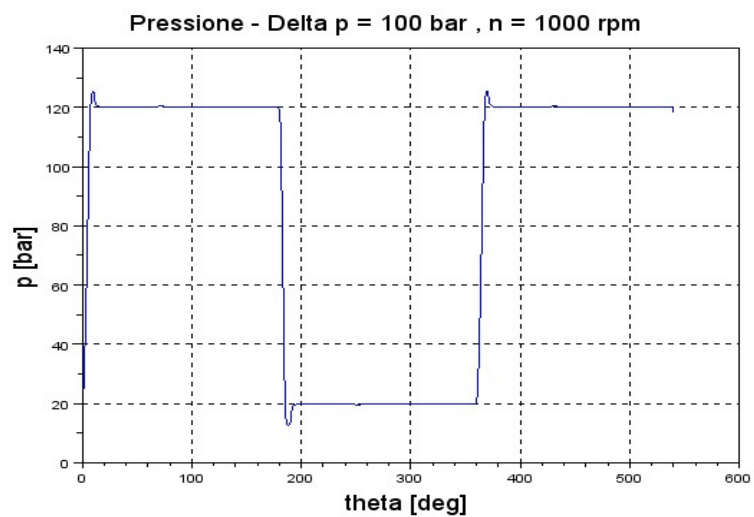


Figura 21 Andamento della pressione nella camera del pistone in funzione dell'angolo di rotazione al variare della posizione angolare, per diversi valori della pressione di mandata, $n=1000$ rpm.

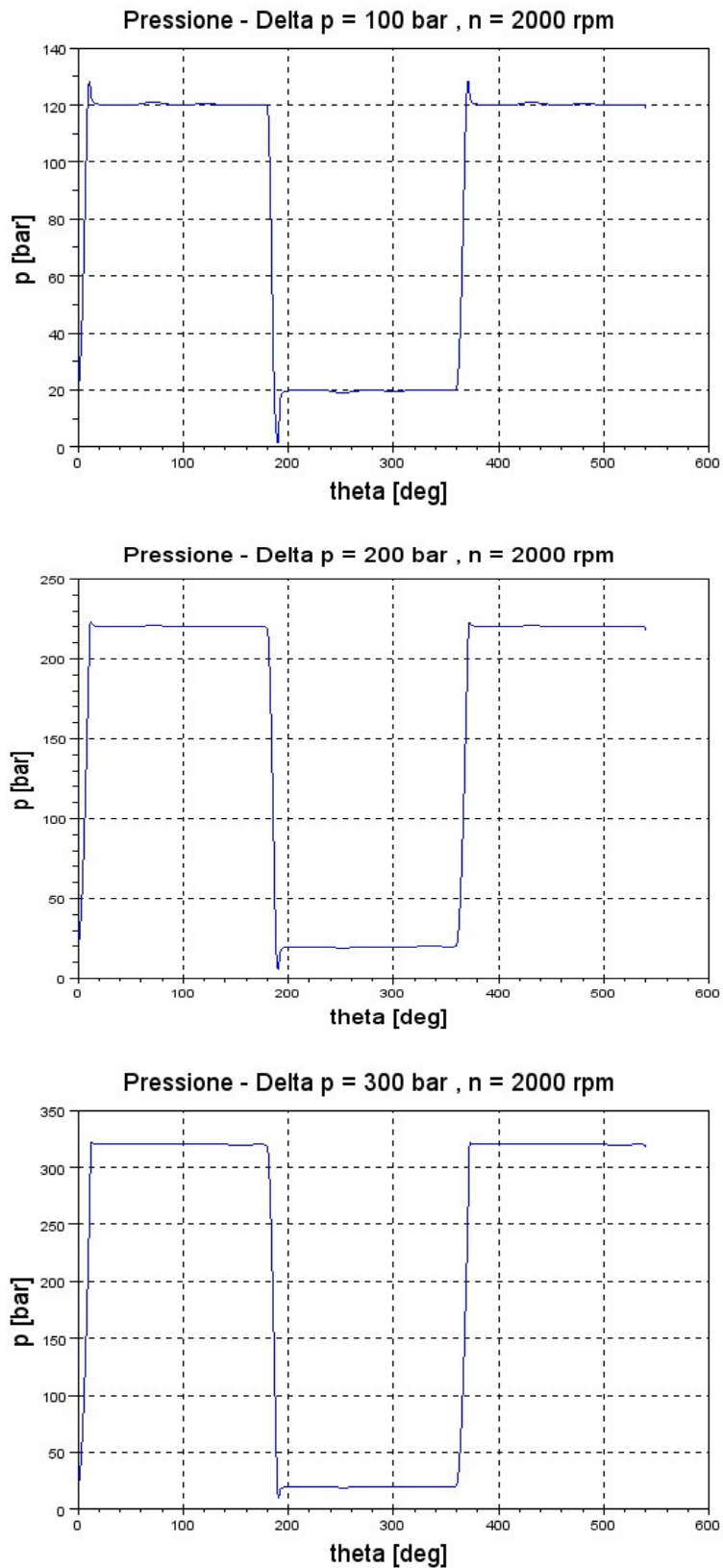


Figura 22 Andamento della pressione nella camera del pistone in funzione dell'angolo di rotazione al variare della posizione angolare, per diversi valori della pressione di mandata, $n=2000$ rpm.

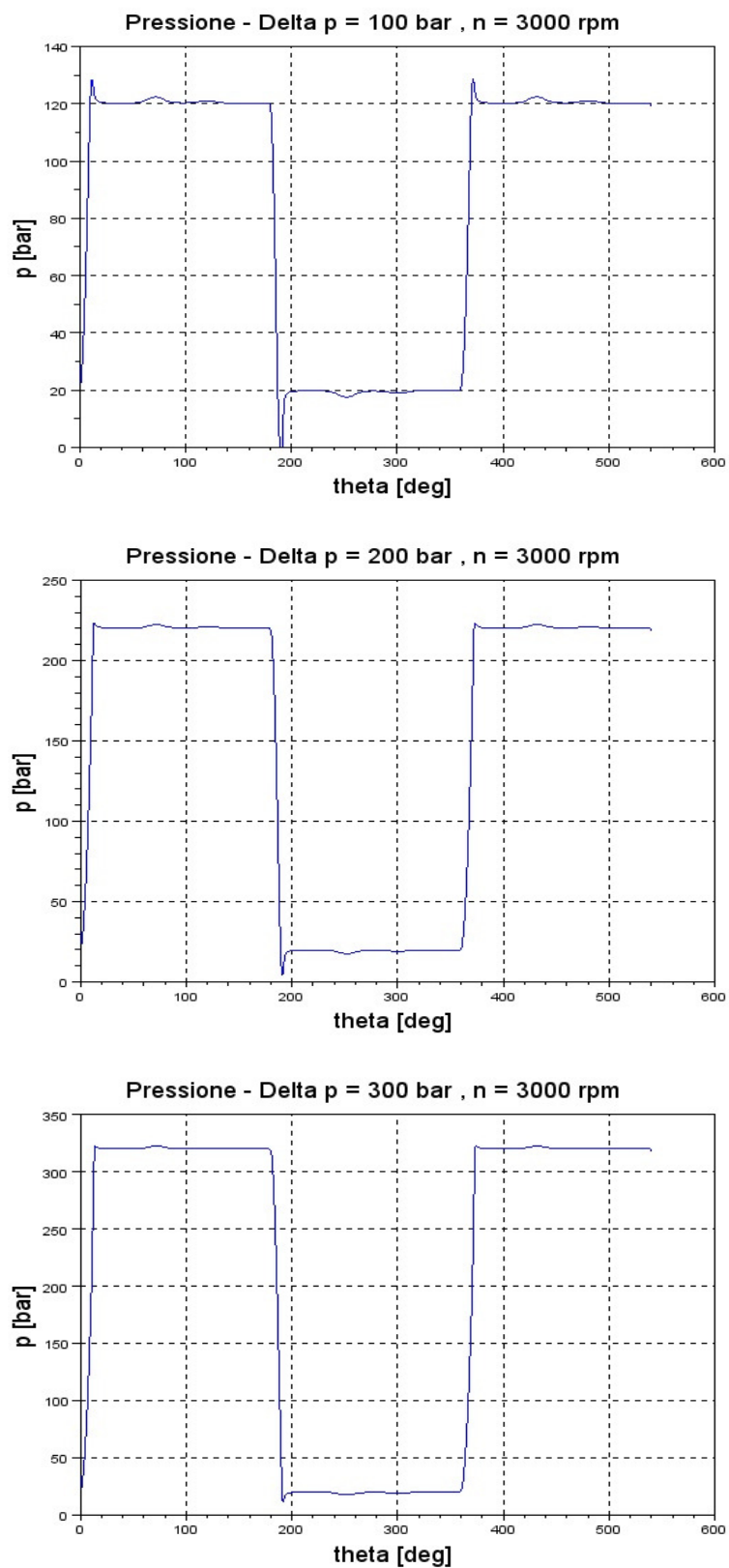


Figura 23 Andamento della pressione nella camera del pistone in funzione dell'angolo di rotazione al variare della posizione angolare, per diversi valori della pressione di mandata, $n=3000$ rpm.

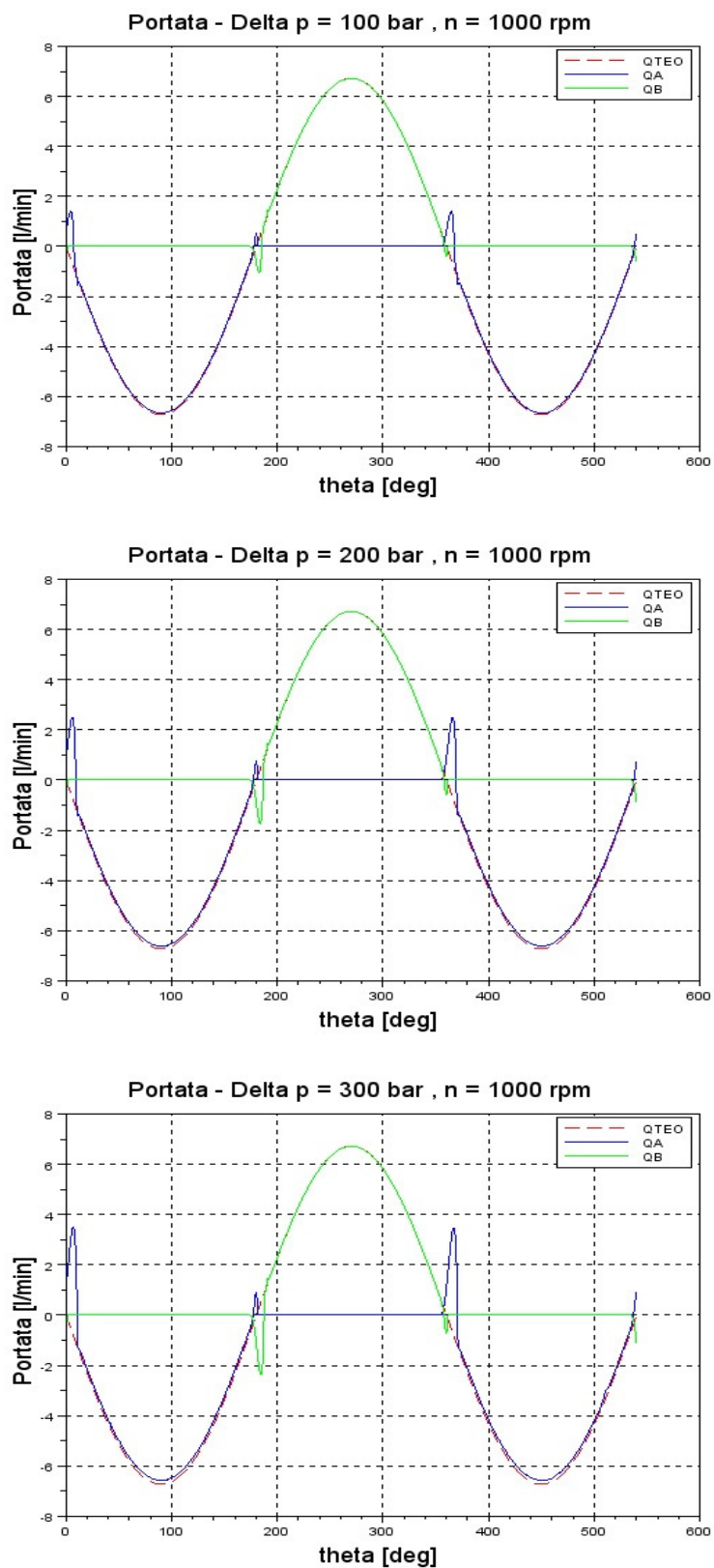


Figura 24 Andamento delle portate Q_{TEO} , Q_A e Q_B in funzione dell'angolo di rotazione al variare della posizione angolare, per diversi valori della pressione di mandata, $n=1000$ rpm.

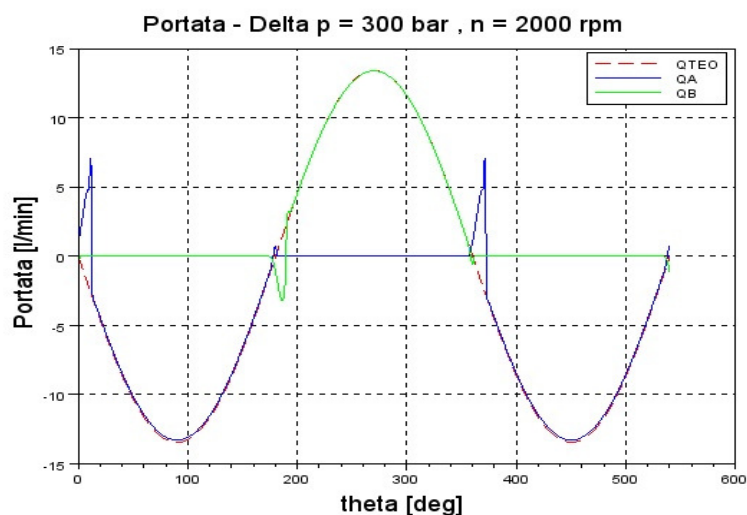
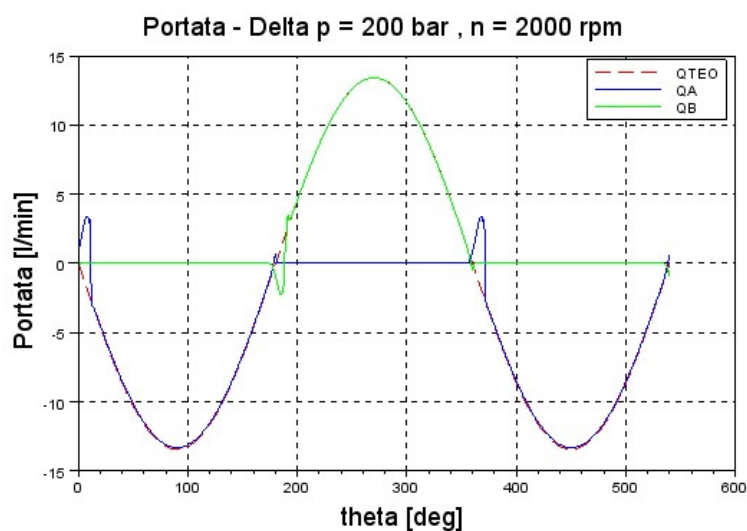
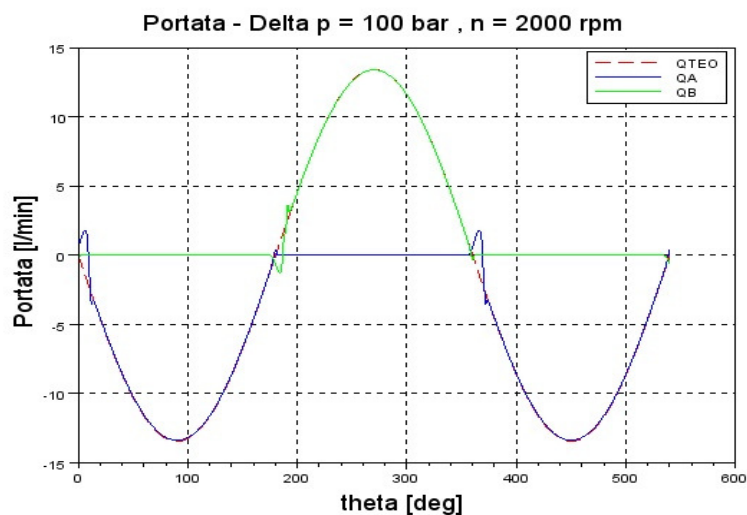


Figura 25 Andamento delle portate Q_{TEO} , Q_A e Q_B in funzione dell'angolo di rotazione al variare della posizione angolare, per diversi valori della pressione di mandata, $n=2000$ rpm.

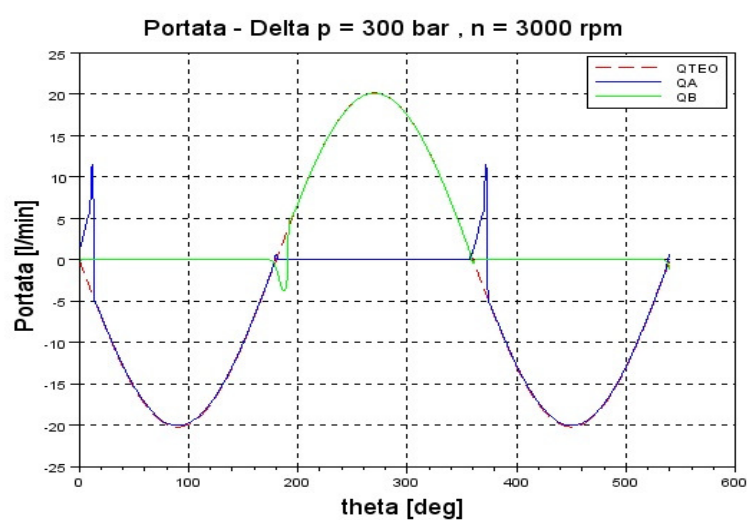
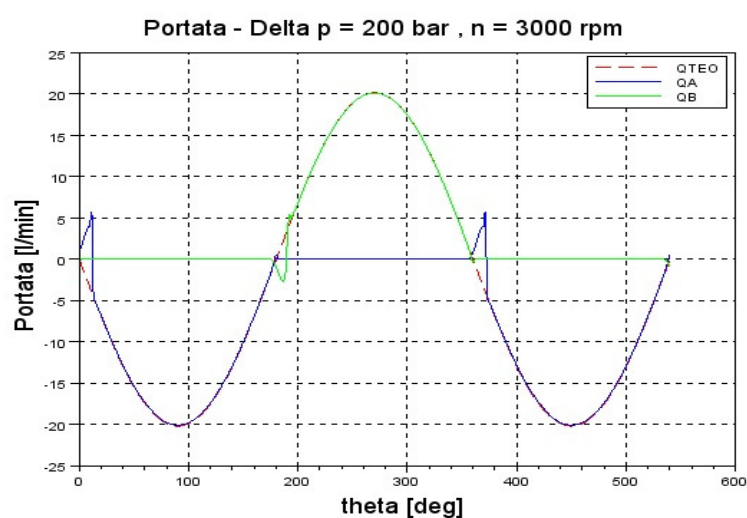
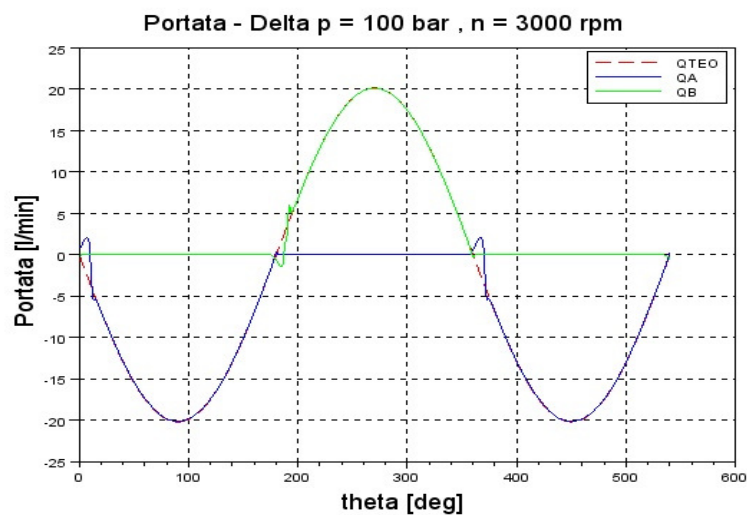


Figura 26 Andamento delle portate Q_{TEO} , Q_A e Q_B in funzione dell'angolo di rotazione al variare della posizione angolare, per diversi valori della pressione di mandata, $n=3000$ rpm.

Al fine di analizzare al meglio i risultati, sopra riportati in termini di grafici, si riporta una tabella riassuntiva che sebbene possa sembrare scarna ha il vantaggio di mettere rapidamente in luce come le quantità analizzate varino al variare di velocità di rotazione e pressione di mandata.

pMAX-pH [bar]					
		Delta P [bar]			
		100	200	300	
omega [rpm]	1000	5,49	3,82	2,04	
	2000	8,33	3,01	1,89	
	3000	8,55	3,41	2,36	
pMIN-pL [bar]					
		Delta P [bar]			
		100	200	300	
omega [rpm]	1000	-7,25	-6,81	-6,49	
	2000	-18,53	-14,63	-10,09	
	3000	-20,00	-16,05	-8,63	
thetadelay [deg]					
		Delta P [bar]			
		100	200	300	
omega [rpm]	1000	2,88	3,83	4,40	
	2000	3,64	5,08	5,85	
	3000	4,12	5,83	6,71	
QA* [%]					
		Delta P [bar]			
		100	200	300	
omega [rpm]	1000	96,81	94,28	91,75	
	2000	97,63	95,69	93,78	
	3000	97,89	96,15	94,43	

QB* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	98,92	98,07	97,27
	2000	99,02	98,25	97,51
	3000	99,01	98,30	97,58
QT* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,54	2,65	3,75
	2000	0,77	1,32	1,87
	3000	0,51	0,88	1,25
QCOMP* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,65	3,08	4,50
	2000	1,60	2,99	4,35
	3000	1,60	2,97	4,33
IRQA [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	12,42	18,52	24,48
	2000	11,07	15,43	26,76
	3000	10,07	17,63	28,72

Figura 27 Tabelle riassuntive dei valori assunti dai parametri di interesse al variare delle condizioni operative.

Partendo ad analizzare l'andamento della pressione si osserva come a 1000 rpm e 100 bar di pressione di mandata vi sia una leggera depressione all'inizio della fase di aspirazione e un piccolo picco all'inizio della fase di mandata.

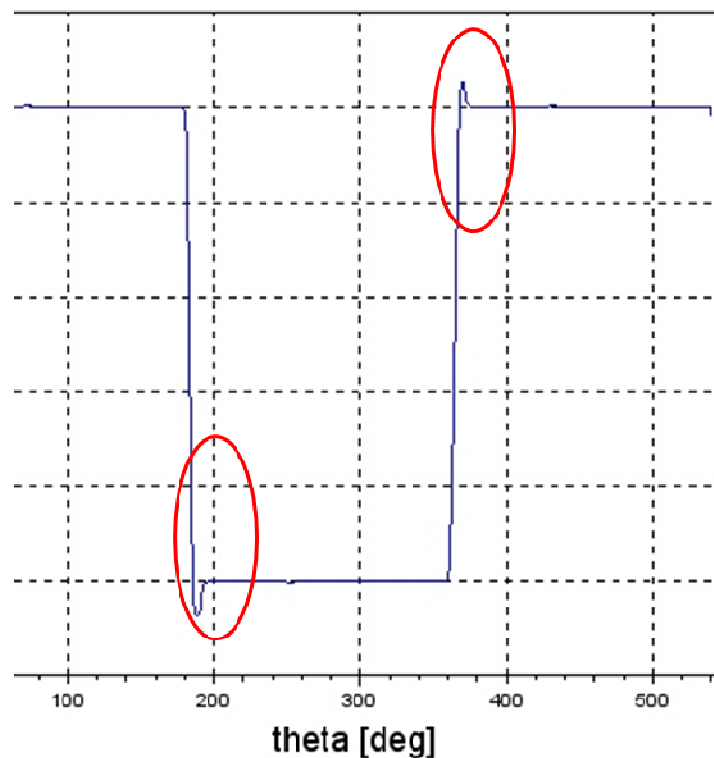


Figura 28 Andamento della pressione in una camera pompante: depressione e sovrappressione localizzate ai punti morti.

Questa sovrappressione (rispetto al valore di mandata) e depressione (rispetto al valore di aspirazione) sono funzione della pressione di mandata e della velocità di rotazione, come sarà discusso in seguito.

In particolare questi due fenomeni occorrono all'inizio della fase di aspirazione e all'inizio della fase di mandata in quanto, come anticipato, la distribuzione ha una leggero ritardo per cui si ha :

- All'inizio della fase di mandata, quando il pistone si muove dal punto morto inferiore e inizia ad entrare nel blocco pompanti, la luce di mandata non è sufficientemente aperta e non è in grado di smaltire la portata determinata dalla riduzione di volume all'interno della camera del pistone. Questo determina una leggera compressione con un conseguente picco rispetto al valore di pressione di mandata.
- All'inizio della fase di aspirazione, quando il pistone si muove dal punto morto superiore e inizia ad uscire dal blocco pompanti, la luce di mandata non è sufficientemente aperta e non è in grado

di garantire l'immissione di olio necessaria per compensare l'aumento di volume all'interno della camera del pistone.

È interessante analizzare come questi due fenomeni si comportino al variare della pressione di mandata e della velocità di rotazione.

All'aumentare della pressione di mandata si ha una diminuzione del picco di pressione in quanto accade che il raggiungimento all'interno del pistone del valore di pressione p_H , avviene dopo un intervallo temporale (e quindi a parità di velocità anche dopo un intervallo angolare) maggiore. Si ha quindi che all'aumentare della pressione di mandata il valore di pressione per l'appunto di mandata venga raggiunto con un maggiore ritardo, quindi quando la luce di mandata è maggiormente aperta e attenuando la compressione.

Per quanto riguarda la depressione all'inizio della fase di aspirazione accade che quando la luce di comunicazione con l'ambiente a pressione p_L inizia a aprire, o è eventualmente chiusa, l'olio inizia a espandere, a causa del movimento del pistone. Questa espansione parte dal valore di pressione p_H presente nella camera. Si ha quindi che il valore minimo di pressione raggiunto sarà tanto maggiore quanto più alto sarà il valore di pressione di partenza, ovvero p_H .

In presenza di una distribuzione complessivamente anticipata si sarebbe potuto incappare negli stessi fenomeni sopra esposti ma con la differenze che il picco di pressione sarebbe caduto al termine della fase di mandata e la zona di depressione sarebbe caduta al termine della fase di aspirazione.

Ciò è dovuto al fatto che per un distributore anticipato si verificano le seguenti condizioni:

- al termine della fase di mandata, quando il pistone sta terminando la sua corsa verso il punto morto superiore, la luce di mandata chiude in anticipo rispetto al punto morto, per cui la parte terminale della corsa viene effettuata con un chiusura completa o parziale della luce di mandata, per cui questo

determina una compressione dell'olio nella camera con un conseguente picco rispetto al valore p_H .

- al termine della fase di aspirazione, quando il pistone si muove verso il punto morto inferiore, la luce di aspirazione è chiusa e la luce di mandata non è sufficientemente aperta e non è in grado di garantire l'immissione di olio necessaria per compensare l'aumento di volume all'interno della camera del pistone.

Analizzando ora il comportamento dell'andamento di pressione rispetto alla variazione di velocità, si osserva che la velocità esalta i fenomeni sopra esposti, sia la formazione di sovrappressione che di depressione in quanto determina un aumento della variazione temporale del volume della camera.

Ciò è ben visibile sia dai grafici della pressione, sia dalla tabella in Figura 27, dove si può notare che il valore di $p_{MAX} - p_H$ rimane tutto sommato abbastanza contenuto, inferiore nel peggiore dei casi a 10 bar, e che la condizione peggiore cade per alta velocità ($\omega = 3000 \text{ rpm}$) e "bassa" pressione ($p_H = 100 \text{ bar}$).

Il valore della depressione, indicato $p_{MIN} - p_L$, ha, come detto lo stesso andamento ma tuttavia risulta di maggiore entità. Anche in questo caso la peggiore condizione risulta con alta velocità ($\omega = 3000 \text{ rpm}$) e "bassa" pressione ($p_H = 100 \text{ bar}$) dove $p_{MIN} - p_L = -20 \text{ bar}$; questo vuol dire che la pressione nella camera raggiunge un valore di pressione nulla e che quindi nella camera si verificano condizioni favorevoli all'instaurarsi del fenomeno della cavitazione.

Va tuttavia notato che il modello zero-dimensionale perde di validità in condizioni di cavitazione o condizioni prossime alla cavitazione; sarebbe necessario coinvolgere altre equazioni che siano maggiormente in grado di descrivere questo fenomeno molto complesso.

In tal senso molte e importanti ricerche in ambito accademico sono state rivolte verso la cavitazione al fine di comprenderla con un maggior grado di dettaglio e di definire al contempo dei modelli che siano in grado di descriverla correttamente.

Il modello zero-dimensionale qui presentato non ha come obiettivo quello di stabilire in maniera assoluta se la cavitazione può avvenire o meno, ma permette tuttavia di stabilire “quanto” vicino si possa essere alla condizione di cavitazione, più da un punto di vista probabilistico che deterministico. Ciò è perfettamente in linea con la filosofia del modello zero-dimensionale, già discussa in precedenza; il modello di fatto si pone come strumento di progettazione in grado di supportare e affiancare le scelte progettuali.

Consideriamo ora l’ultimo aspetto che riguarda direttamente l’andamento di pressione, ovvero l’angolo di ritardo θ_r .

Dalla tabella in Figura 27 è ben visibile che per ogni condizione operativa l’angolo di ritardo è sempre positivo, il che conferma che effettivamente la distribuzione ha intrinsecamente un ritardo proprio. In particolare si può osservare come all’aumentare della pressione così come della velocità il ritardo aumenti sensibilmente.

Nel caso di aumento della pressione si ha infatti che l’olio all’interno della camera necessita di un tempo, e di conseguenza una durata angolare, maggiore e da questo scaturisce un aumento del ritardo.

Si ha quindi una tendenza comune per tutte le pompe a pistoncini assiali, o almeno per tutte le pompe con una distribuzione ritardata, ovvero che il ritardo nel transitorio di pressione aumentare all’aumentare della velocità di rotazione e della pressione di lavoro, o meglio del Δp sulla pompa stessa.

Ricordando però l’equazione (3-51)

$$\tilde{M}_{BRPI,y} = \frac{1}{4\cos^2(\beta)} n_p r_{cp} [-\sin(\theta_r) d_p^2 (p_H - p_L) + 2(m_p + m_{pa}) \tan(\beta) \omega^2]$$

Si ha che il termine della coppia al piatto, dipendente dalla distribuzione di pressione, contiene ovviamente l’angolo di ritardo e il Δp per cui quest’ultimo influenza la coppia al piatto attraverso due termini mentre la velocità di rotazione solo attraverso l’influenza sull’angolo di ritardo.

Si analizzano ora le portate scambiate tra la camera del pistone e l'ambiente di mandata e di aspirazione.

A titolo di esempio si consideri le portate calcolate con $\omega = 1000 \text{ rpm}$ e $\Delta p = 300 \text{ bar}$ (vedere Figura 24) di seguito riportata.

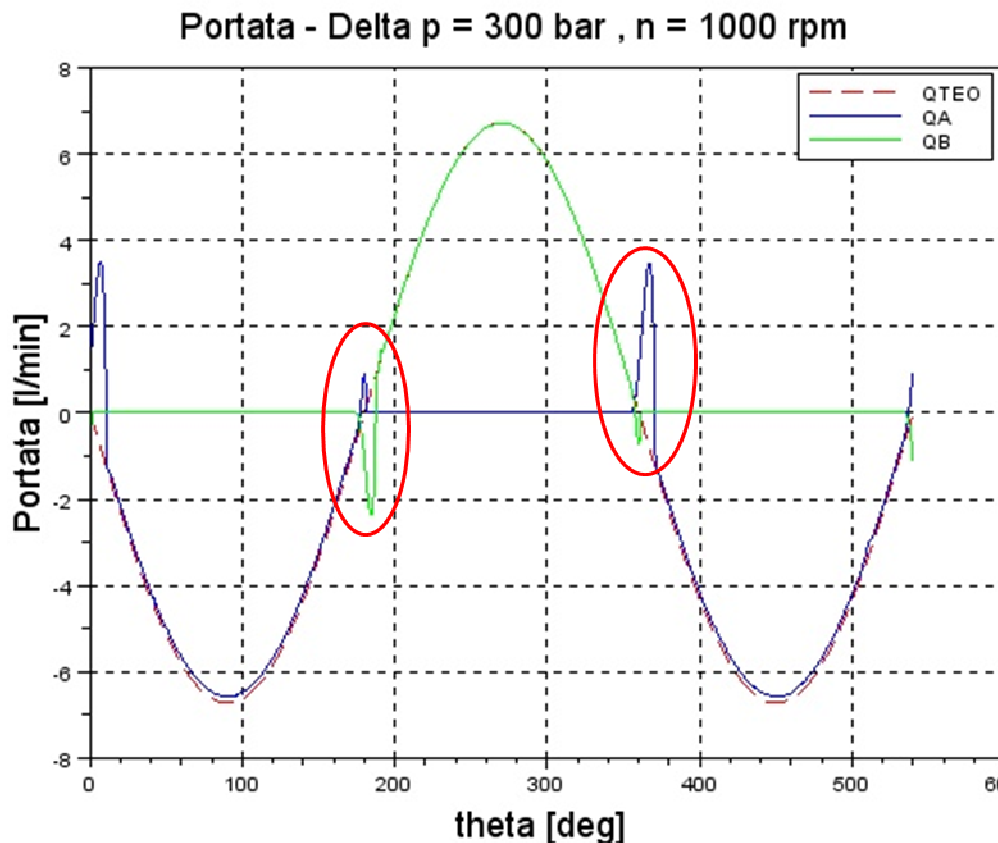


Figura 29 Portate Q_{TEO} , Q_A , Q_B in funzione della posizione angolare, pressione di mandata 300 bar, velocità di rotazione 1000 rpm.

Nella figura sopra sono riportate in verde la portata all'aspirazione (ambiente alla pressione p_L che in tutte le simulazioni è stato tenuto pari a 20 bar), in blu la portata alla mandata (ambiente alla pressione p_H) e in rosso con linea tratteggiata la portata teorica pari alla variazione temporale di volume della camera.

Si ricorda inoltre che la convenzione scelta è una portata positiva se entrante nella camera e negativa se uscente, per cui effettivamente la portata alla mandata è mediamente negativa, in quanto uscente, e la portata all'aspirazione è mediamente positiva, in quanto entrante.

Partendo dalla portata all'aspirazione si osserva che in prossimità del punto morto superiore per $\theta = 180^\circ$, ovvero all'inizio della fase di aspirazione, si ha un picco di portata di segno opposto al valore medio della portata all'aspirazione; questo vuol dire che per un breve intervallo angolare si ha una portata uscente dalla camera del pistone e diretta verso l'ambiente di aspirazione

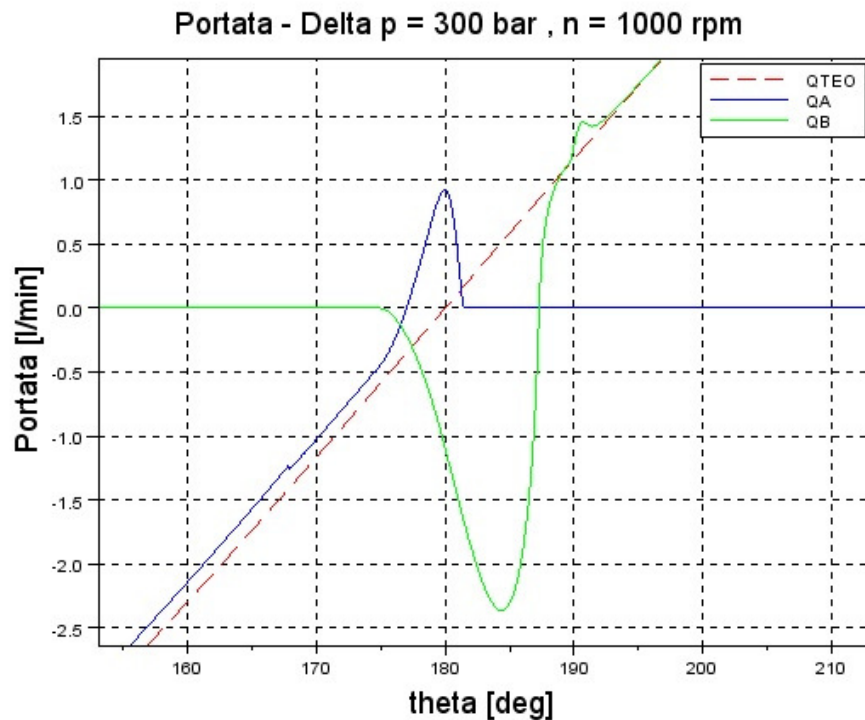


Figura 30 Ingrandimento dell'andamento delle portate Q_{TEO} , Q_A , Q_B in corrispondenza del punto morto superiore.

Questa portata è dovuta alla comprimibilità dell'olio e in particolare al fatto che l'olio nella camera del pistone dopo la fase di mandata si trovi al valore di alta pressione (in questo caso 300 bar), dopodiché si chiudono le luci di mandata e si aprono le luci di aspirazione (inizialmente solo la fresatura posta all'inizio della luce di aspirazione). In questo modo la camera del pistone, che si trova a una pressione prossima al valore di p_H , viene messa in comunicazione con l'ambiente di bassa pressione p_L . In virtù della differenza di pressione presente, l'olio naturalmente fluisce verso l'ambiente a più bassa pressione determinando una portata verso l'ambiente di aspirazione. Ciò prosegue fino a che la differenza di pressione non si è annullata, cioè quando la pressione nella camera raggiunge il valore p_L .

Questo fenomeno non è altro che un'espansione dell'olio nella camera, che deve ridurre la propria pressione e dà quindi luogo a una portata attribuibile alla comprimibilità dell'olio così come quella che si verifica sulla linea di alta pressione.

Si nota inoltre che in prossimità del punto morto la portata di mandata si sta rapidamente portando a zero ma in contemporanea con l'inizio della portata di aspirazione si vede come la portata alla mandata cambi di segno, diventa infatti positiva cioè entrante nella camera del pistone; ciò è dovuto all'incrocio presente nella distribuzione considerata che fa sì che si abbia per un certo intervallo angolare la contemporanea apertura delle luci di mandata e aspirazione per cui si determina una certa portata che viene richiamata dall'ambiente di alta pressione e fluisce verso l'ambiente di bassa.

Come anticipato, questa portata è una fonte di riduzione del rendimento volumetrico in quanto riduce la portata effettivamente inviata all'ambiente di mandata. Un angolo positivo di ricoprimento (θ_{OL}) costituisce un by pass diretto tra l'ambiente di alta e bassa pressione.

Per quantificare l'entità di tale perdita si confronti l'entità della portata di by-pass rispetto alla portata di comprimibilità all'aspirazione, si vede infatti che è nettamente inferiore. Ragionando in termini teorici la portata di comprimibilità che si ha sulla mandata è nettamente superiore a quella che si ha sull'aspirazione (data la differenza di volumi), per cui l'effetto sul rendimento volumetrico sembra essere trascurabile rispetto al contributo della portata di comprimibilità. Ciò è dovuto al fatto che il by-pass avviene all'interno di 7° di rotazione del blocco pompante, mentre la fresatura ha un'ampiezza pari a 14° ; ciò vuol dire che il by-pass si verifica con l'apertura della sola fresatura, se si considera ad esempio la transizione dalla mandata all'aspirazione si ha che la portata di bypass viene richiamata dalla mandata, attraversa la luce di mandata, sprovvista di fresatura al momento della sua chiusura, e attraversa la fresatura posta all'apertura della luce di aspirazione

Questo indica che qualora l'ampiezza angolare del by-pass fosse maggiore dell'ampiezza angolare della fresatura allora parte della portata di by-pass fluirebbe direttamente attraverso le luci, con una sezione di

attraversamento nettamente superiore a quella della fresatura e conseguentemente valori maggiori della portata di by-pass stessa.

Considerando ora la portata di mandata, si può notare come, escluse le zone prossime ai punti morti, la portata si discosti dal valore teorico (vedere Figura 31); ciò è dovuto alla portata di trafilamento che è l'unico termine che in questa fase determina la differenza tra portata mandata e portata teorica.

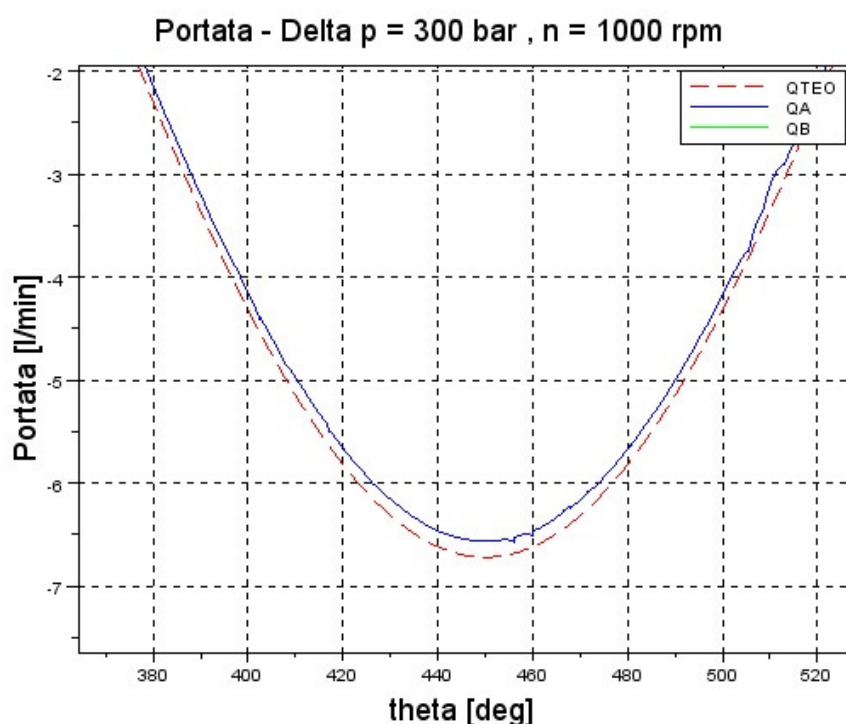


Figura 31 Ingrandimento dell'andamento delle portate Q_{TEO} , Q_A lontano dai punti morti.

Considerando invece il punto morto inferiore, ovvero in Figura 32 $\theta = 360^\circ$, si osserva che la portata alla mandata ha inizialmente segno positivo, cioè la portata è entrante nella camera del pistone e viene richiamata dall'ambiente di alta pressione. Dopo questo transitorio iniziale la portata assume il segno "corretto" ovvero compatibile con una portata uscente e inviata effettivamente verso la mandata.

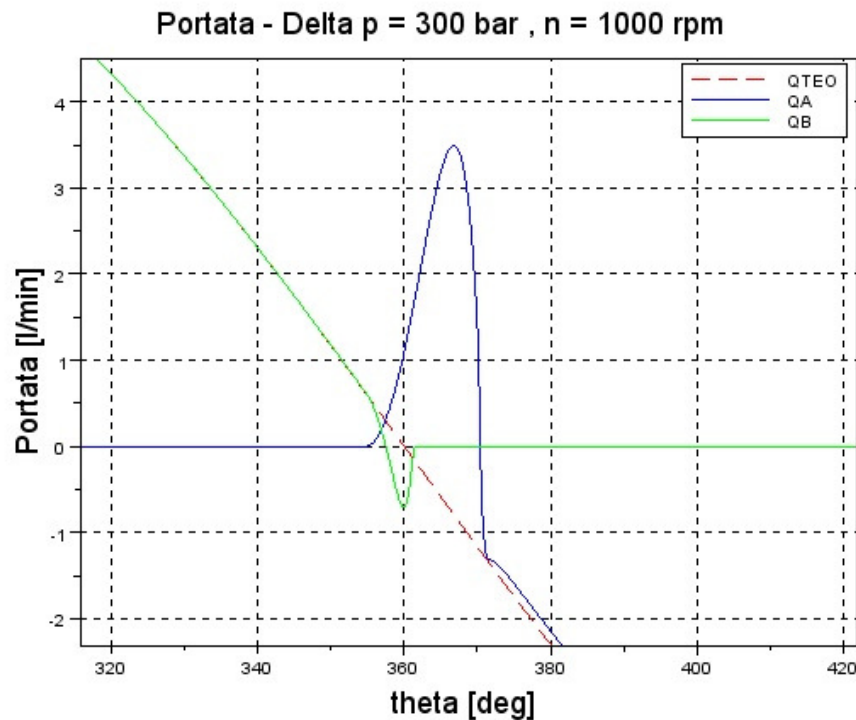


Figura 32 Ingrandimento dell'andamento delle portate Q_{TEO} , Q_A , Q_B in corrispondenza del punto morto inferiore.

Questo transitorio è dovuto alla portata di comprimibilità prelevata dalla linea di mandata; dopo la fase di aspirazione l'olio nella camera si trova al valore di bassa pressione (in questo caso 20 bar), dopodiché si chiude la luce di aspirazione e si apre la luce di mandata (inizialmente solo la fresatura posta all'inizio della luce di mandata). In questo modo la camera del pistone, che si trova a una pressione prossima al valore di p_L , viene messa in comunicazione con l'ambiente di alta pressione p_H .

In virtù della differenza di pressione, l'olio naturalmente fluisce dalla linea di mandata verso la camera del pistone che si trova a bassa pressione determinando una portata verso la camera stessa. Ciò prosegue fino a che la differenza di pressione non si è annullata, cioè quando la pressione nella camera raggiunge il valore p_H .

Questo fenomeno non è altro che una compressione dell'olio nella camera, che deve aumentare la propria pressione dando quindi luogo a una portata attribuibile alla comprimibilità dell'olio.

Questa portata è fonte di una riduzione del rendimento volumetrico riducendo la portata media inviata.

Si riporta di seguito la portata totale alla mandata, ottenuta come somma dei contributi degli n_p pistoni.

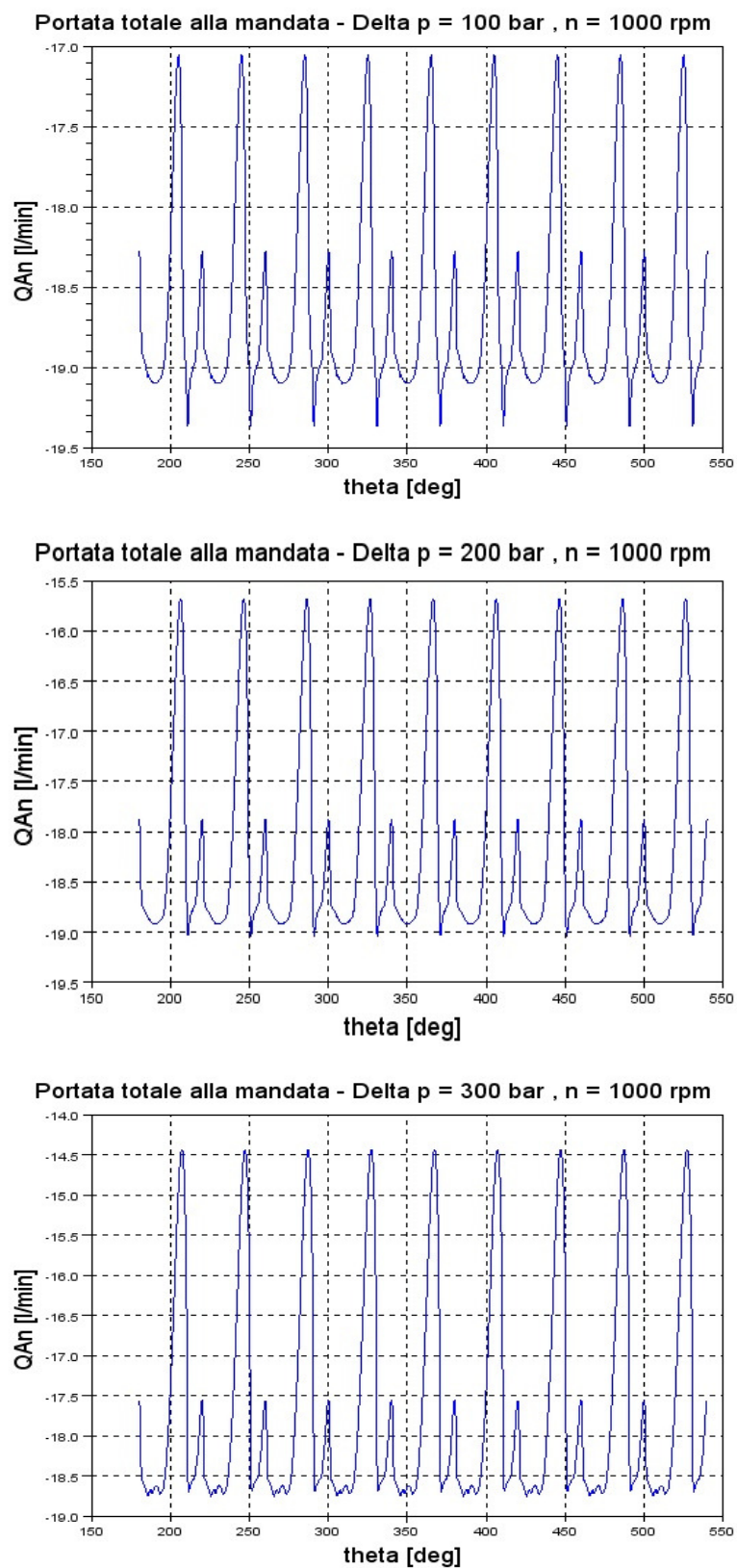


Figura 33 Portata totale istantanea alla mandata della pompa per diversi valori della pressione di mandata, n=1000 rpm.

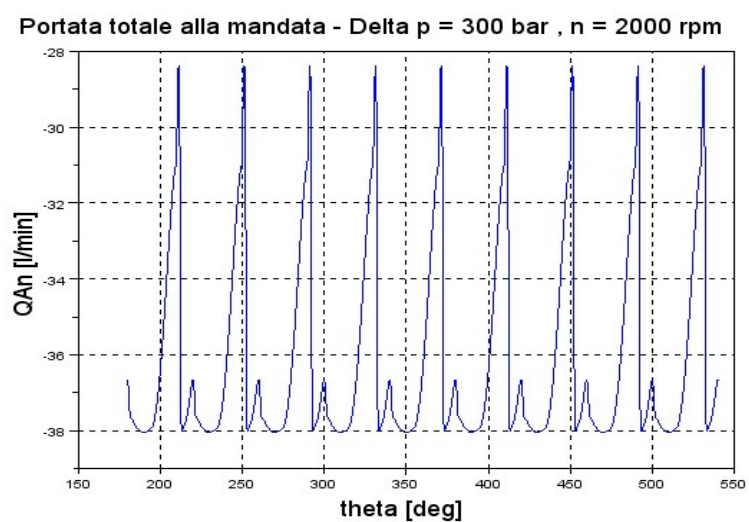
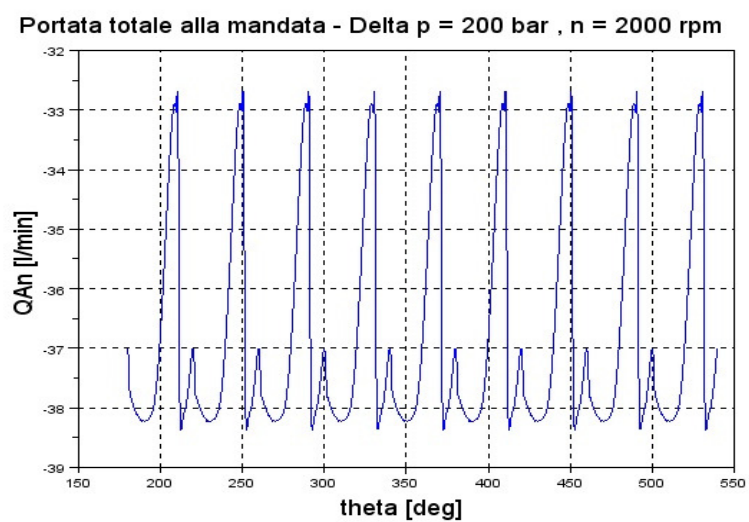
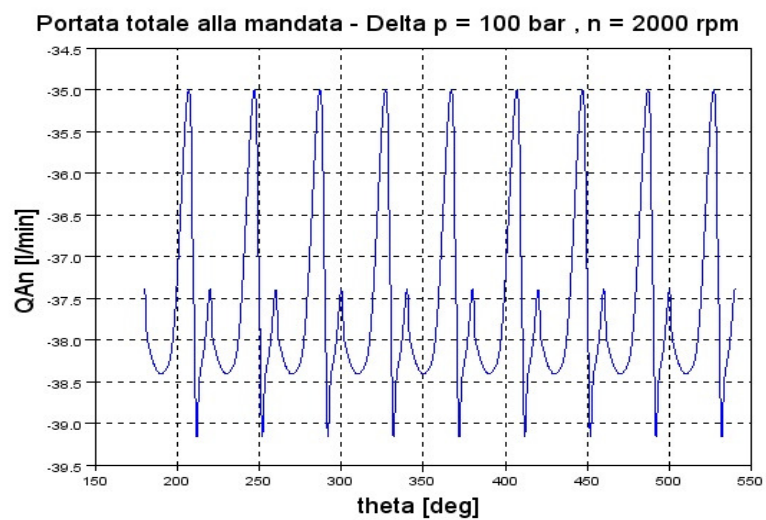
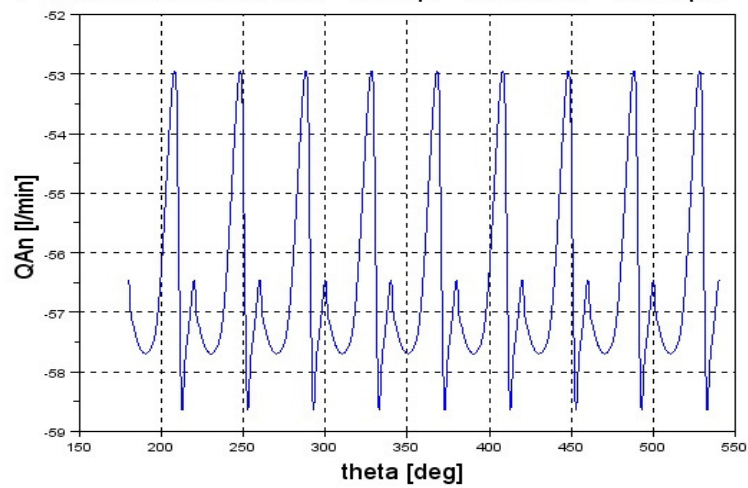
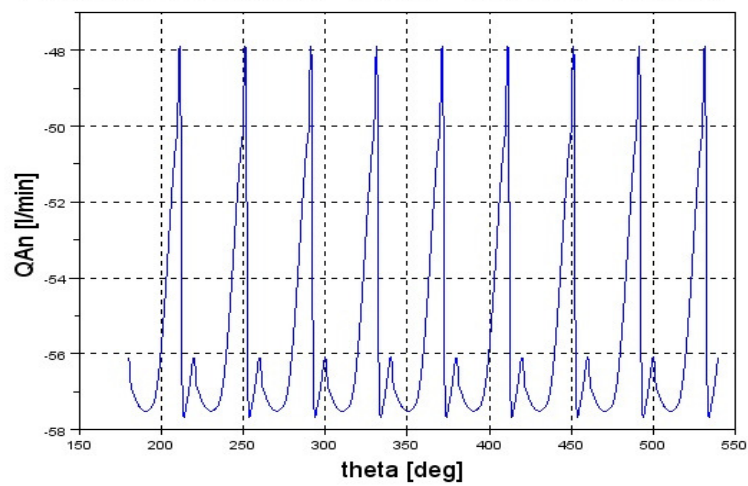


Figura 34 Portata totale istantanea alla mandata della pompa per diversi valori della pressione di mandata, n=2000 rpm.

Portata totale alla mandata - Delta p = 100 bar , n = 3000 rpm



Portata totale alla mandata - Delta p = 200 bar , n = 3000 rpm



Portata totale alla mandata - Delta p = 300 bar , n = 3000 rpm

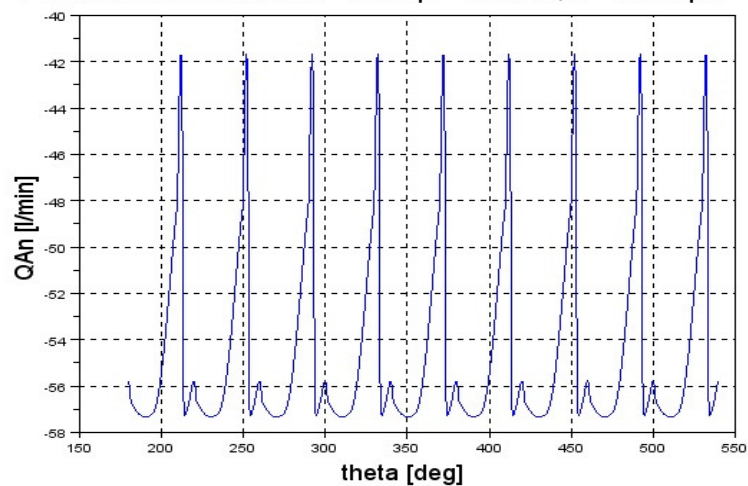


Figura 35 Portata totale istantanea alla mandata della pompa per diversi valori della pressione di mandata, n=3000 rpm.

In Figura 33, Figura 34, Figura 35 si può osservare l'oscillazione di portata al variare della pressione di mandata e della velocità di rotazione della pompa.

Tale oscillazione di portata è caratteristica di tutte le macchine volumetriche e quindi le macchine a pistoncini assiali non fanno eccezione.

Si può notare che l'oscillazione di portata aumenta all'aumentare della pressione di mandata; questo rivela l'influenza sulla portata complessiva della portata di comprimibilità.

Se si analizza il flow ripple cinematico, cioè l'oscillazione di portata teorica dovuta alla sola variazione di volume in ciascuna camera pompante, si ha appunto esso è indipendente dalla pressione di mandata; si può concludere quindi che l'effetto evidente nelle figure sopra è unicamente dovuto ai picchi di portata di comprimibilità che si ripetono per ogni pistoncino.

Tornando alla tabella riassuntiva riportata in Figura 27 si può notare come la portata di trafilamento adimensionalizzata Q_T^* cresca all'aumentare del Δp mentre diminuisca all'aumentare della velocità. Come ben noto la portata di trafilamento dipende in sostanza per lo più dalla pressione di lavoro e scarsamente dalla velocità di rotazione, rispetto alla quale rimane praticamente costante. Si ha quindi che Q_T^* all'aumentare della velocità di rotazione sia il rapporto tra la portata di drenaggio, che come detto si può assumere costante con la velocità, e la portata teorica che aumenta linearmente con la velocità; tale rapporto quindi diminuisce all'aumentare della velocità.

Considerando la Q_{COMP}^* si osserva che questa aumenta quasi linearmente con il Δp , come è evidente dall'espressione della portata di comprimibilità teorica, mentre si mantiene praticamente costante con la velocità, poiché la portata di comprimibilità, così come la portata teorica aumentano linearmente con la velocità.

Si può analizzare ora il peso relativo sul rendimento volumetrico dato dalla portata di drenaggio e dalla portata di comprimibilità; si ha infatti che questi due contributi sono del tutto paragonabili e in particolare il peso

maggiore è dato dalla portata di comprimibilità, tanto più quanto più alta è la velocità di rotazione.

Si può comprendere come un'ottimizzazione della macchina al fine di ridurre le perdite volumetriche deve rivolgersi tanto verso la riduzione dei drenaggi tanto verso la riduzione delle perdite di comprimibilità, visto che il loro peso è pressoché comparabile.

È da notare tuttavia che la portata di drenaggio è, entro certi limiti, necessaria per il buon funzionamento della macchina stessa; questa portata viene infatti dai vari trafilamenti la cui funzione è quella lubrificante, evitando il contatto diretto metallo-metallo.

D'altra parte le varie fonti di dissipazione meccanica determinano una conversione di una parte di potenza meccanica in potenza termica, per cui la portata di trafilamento ha anche la funzione di asportare questo calore generato internamente "lavando" la macchina stessa e limitando la temperatura di esercizio asportando una certa potenza termica che viene scaricata a serbatoio.

In virtù di questi aspetti è necessario considerare in maniera opportuna il ruolo del drenaggio, che tuttavia va analizzato in maniera appropriata e tenuto sotto controllo.

Coppia al piatto

Si analizza infine la coppia esercitata al piatto dal blocco rotante. In realtà potrebbe essere fuorviante parlare di coppia al piatto in quanto, in base al sistema di riferimento scelto, si hanno due componenti, ovvero la coppia attorno all'asse x e y . In letteratura tuttavia si può riscontrare come il maggior numero, per non dire la totalità, dei lavori in ambito di rumore di tipo meccanico (structure-borne noise) si concentra sulla coppia attorno all'asse y .

Tale coppia infatti a causa della natura intrinseca della macchina volumetriche in generale è la principale fonte di vibrazione a causa della sua grande oscillazione intorno a un valore medio, che in funzione della distribuzione può essere anche trascurabile, mentre la sua oscillazione (e si

intende quindi la differenza tra valore massimo e minimo assunti all'interno di un giro della macchina) non lo è.

Tale oscillazione, come anticipato, è dovuta al fatto che si ha un numero discreto di volumi pompanti la cui pressione compie la transizione dalla bassa alla alta pressione e viceversa; in una macchina a pistoni assiali con 9 pompanti si ha ad esempio che in certe posizioni angolari vi siano quattro pistoni in comunicazione con l'ambiente di alta pressione e cinque in comunicazione con l'ambiente di pressione, dopodiché la situazione si inverte.

Questo, come immaginabile determina una coppia attorno all'asse y che ha una forte oscillazione.

Così come fatto per la portata, si riportano quindi i grafici della coppia totale al piatto, ovvero la coppia esercitata da tutto il blocco rotante sul piatto inclinato.

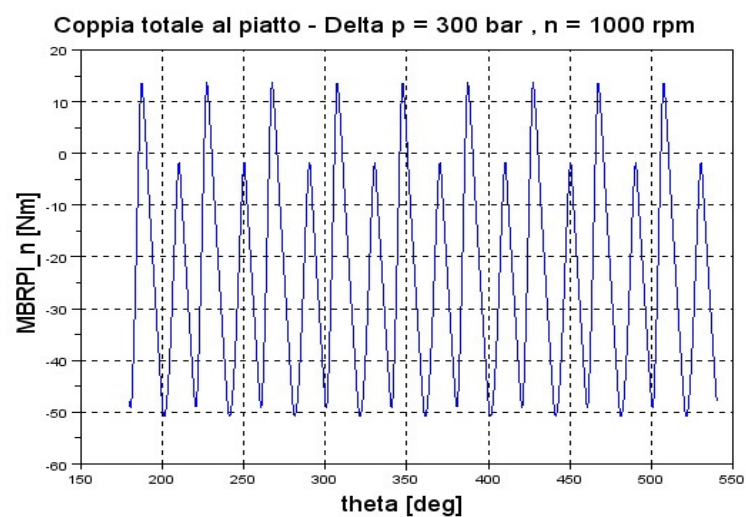
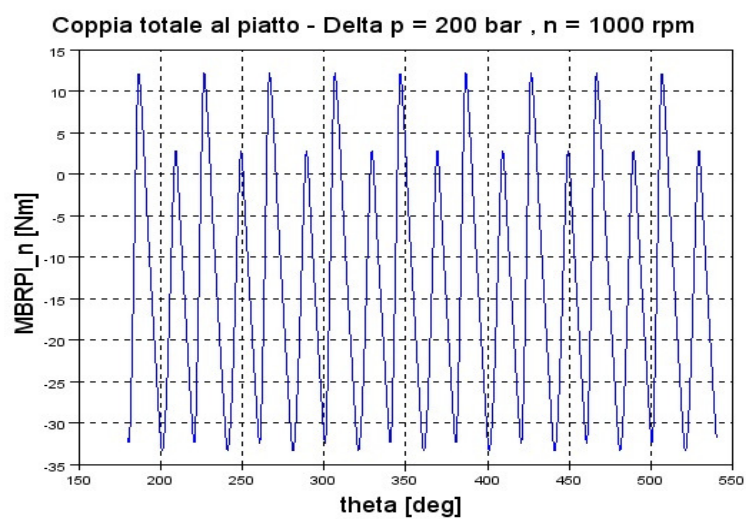
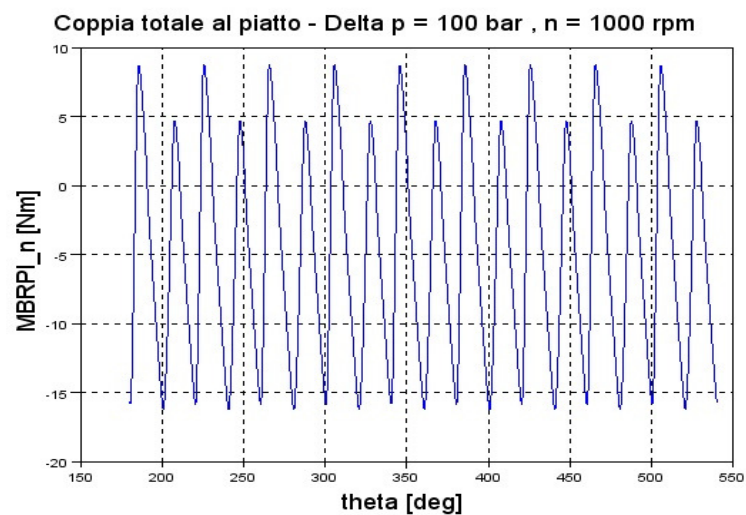


Figura 36 Coppia istantanea totale al piatto inclinato per diversi valori della pressione di mandata, n=1000 rpm.

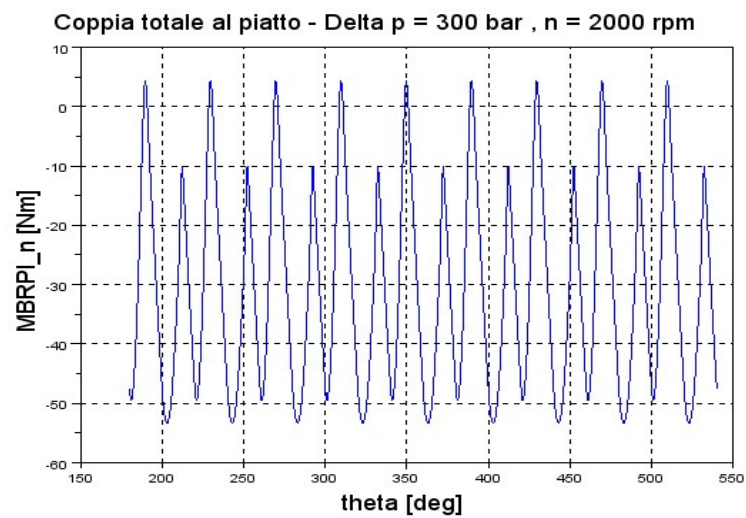
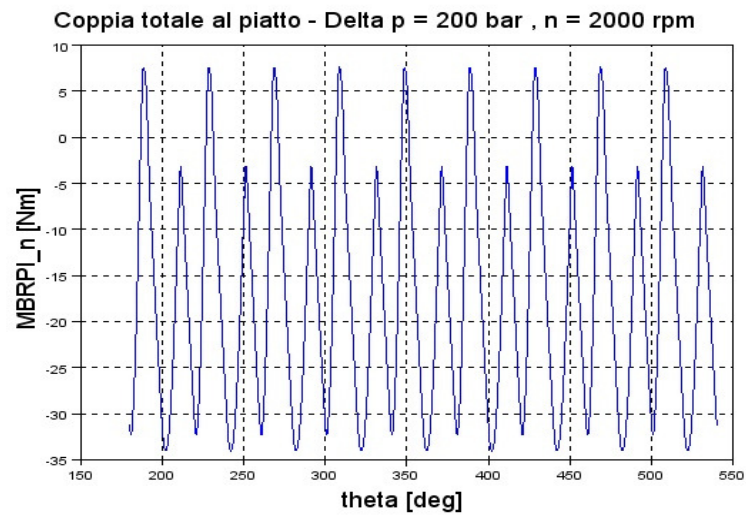
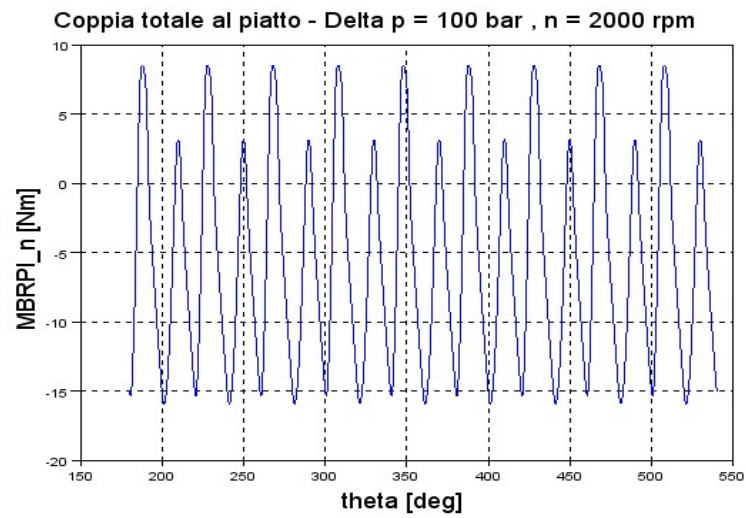


Figura 37 Coppia istantanea totale al piatto inclinato per diversi valori della pressione di mandata, n=2000 rpm.

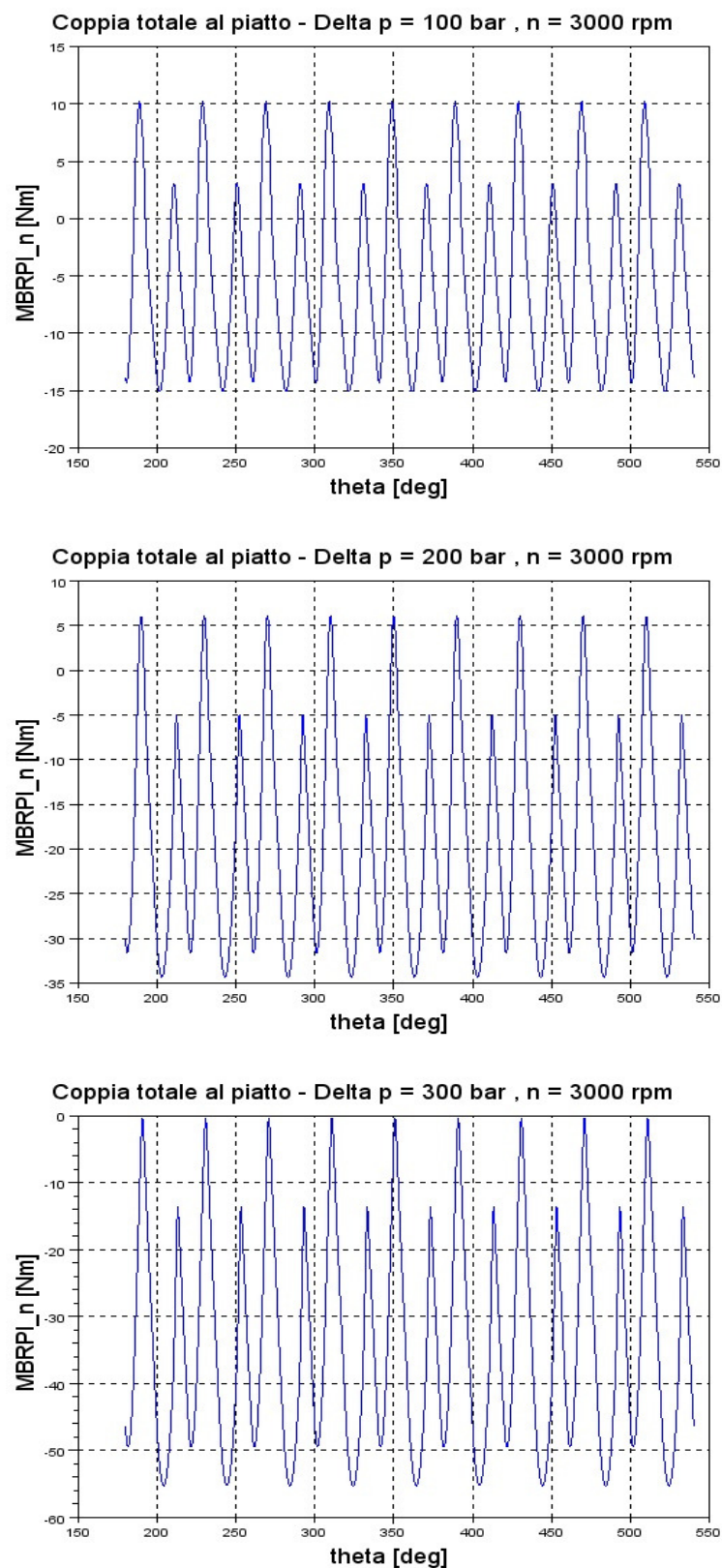


Figura 38 Coppia istantanea totale al piatto inclinato per diversi valori della pressione di mandata, n=3000 rpm.

Si riportano nelle tabelle seguenti dei dati riassuntivi dei risultati riportati nei grafici sopra.

M_BRPIy,max* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	28,63	19,93	14,90
	2000	27,93	12,39	4,71
	3000	33,57	9,90	-0,32
M_BRPIy,min* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	-52,81	-54,36	-55,27
	2000	-51,87	-55,52	-58,01
	3000	-49,17	-56,03	-60,13
M_BRPIy,mean* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	-16,15	-22,20	-25,71
	2000	-18,16	-28,31	-33,43
	3000	-16,86	-30,68	-37,14
ΔM_{BRPIy}^* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	81,44	74,29	70,17
	2000	79,81	67,91	62,72
	3000	82,73	65,93	59,81

Figura 39 Valori dei parametri di interesse della coppia al variare delle condizioni di funzionamento.

Si osserva innanzitutto che l'oscillazione della coppia al piatto, ovvero ΔM_{BRPIy}^* , è tutt'altro che trascurabile in quanto, al variare della velocità di rotazione e del di Δp lavoro, oscilla indicativamente tra il 60% e l'80% della coppia nominale all'albero. Una oscillazione di coppia di questa entità gioca un ruolo fondamentale nell'emissione sonora della macchina e nella fattispecie della pompa. Questa parte di emissione sonora rientra nella categoria chiamata structure-borne noise ovvero la parte del rumore emesso

dalla macchina addebitabile a un'oscillazione o vibrazione di tipo meccanico-strutturale.

Si osserva inoltre come l'oscillazione di coppia adimensionalizzata diminuisca leggermente all'aumentare della velocità, a eccezione del caso con $\Delta p = 100 \text{ bar}$; si ha inoltre che all'aumentare della pressione di lavoro la coppia adimensionalizzata diminuisca ma si deve notare tuttavia che al contempo aumenta la coppia nominale per cui in sostanza l'oscillazione di coppia cresce in maniera pressoché lineare rispetto al Δp , il che giustifica il fatto che, come risulterebbe scontato pensare, l'emissione sonora e di conseguenza le vibrazioni aumentano all'aumentare della pressione di lavoro.

Si considera ora la coppia riportata nei grafici sopra e si osserva che la coppia in prima battuta sembrerebbe avere una frequenza pari a 2 volte la frequenza di rotazione dei pistoni per il numero di pistoni stessi; in realtà si osserva che la coppia è somma di due segnali di oscillazione differente e in particolare una doppia dell'altra.

Si procede in tal senso attraverso un'analisi nel dominio delle frequenze trattando la curva di coppia totale al piatto come un segnale nel tempo. Ciò è reso possibile attraverso l'utilizzo in ambiente SCILAB della libreria FFT (Fast Fourier Transform).

Si definisce la frequenza con cui si verifica che un nuovo pistone commuti da bassa ad alta pressione, ovvero

$$f_p = \frac{\omega}{2\pi} n_p$$

L'analisi nel dominio delle frequenze permette di scomporre il segnale in esame nelle varie componenti a differente frequenza che lo costituiscono; per ogni componente, alla frequenza f , fornisce l'ampiezza A della rispettiva sinusoide.

Nel caso in esame si potrà scomporre il segnale di coppia partendo dalla frequenza principale f_p e di tutte le frequenze multiple della principale. L'analisi seguente analizzerà le prime dieci frequenze, ovvero si fermerà alla frequenza pari a 10 volte la frequenza fondamentale. Risulta quindi molto

comodo adimensionalizzare le frequenze ottenute attraverso la frequenza fondamentale, ovvero

$$f^* = \frac{f}{f_p} \quad (3-65)$$

In questo modo si avrà $f^* = 1, 2, 3, \dots, 10$

Analogamente si procederà adimensionalizzando le rispettive ampiezze rispetto all'ampiezza del segnale originale (nei grafici sarà espressa in termini percentuali, ovvero moltiplicata per 100)

$$A^* = \frac{A}{\Delta M_{BRPI\gamma}} \quad (3-66)$$

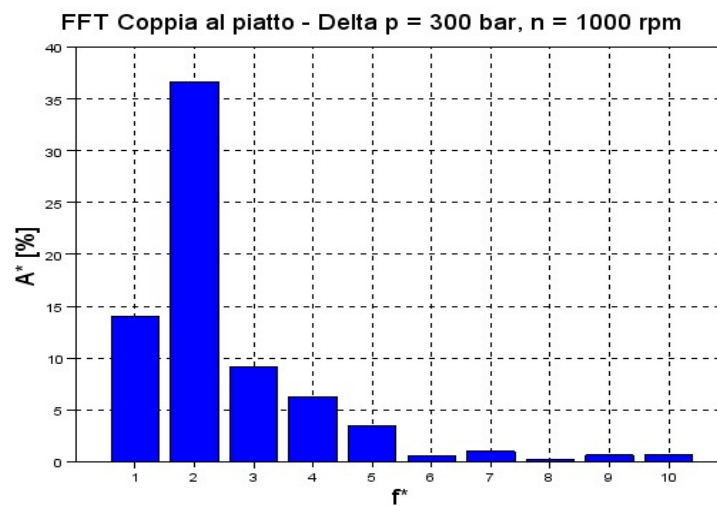
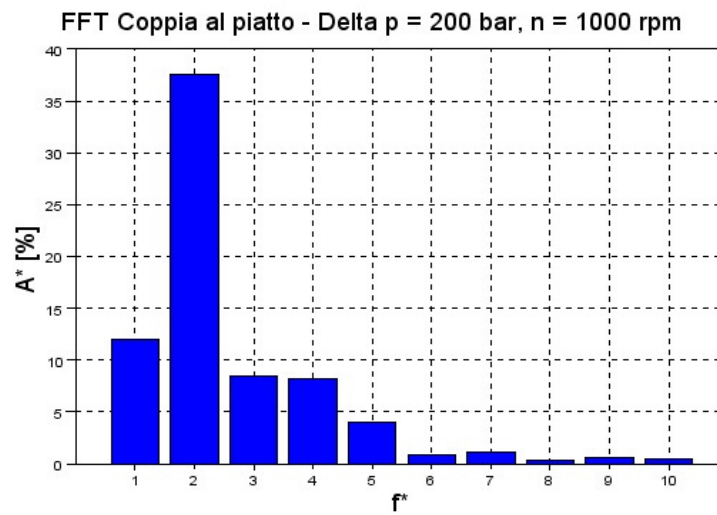
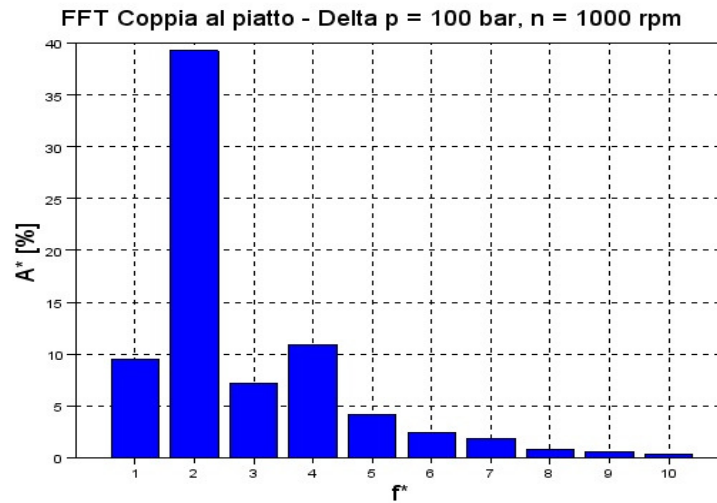


Figura 40 Analisi FFT della coppia al piatto per diversi valori della pressione di mandata, n=1000 rpm.

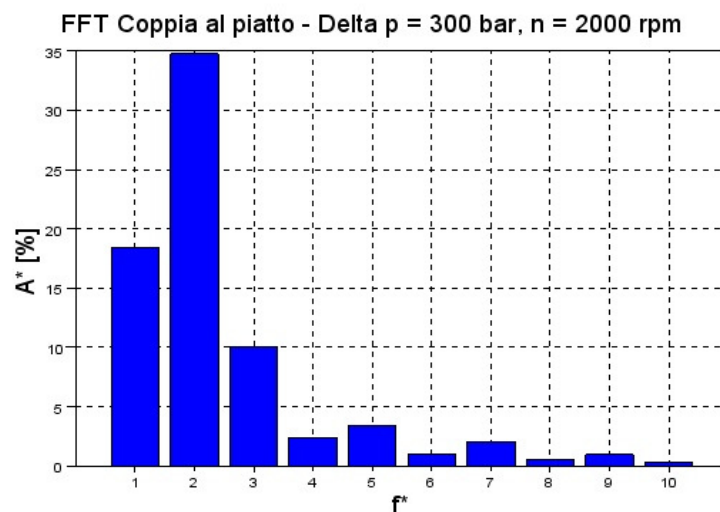
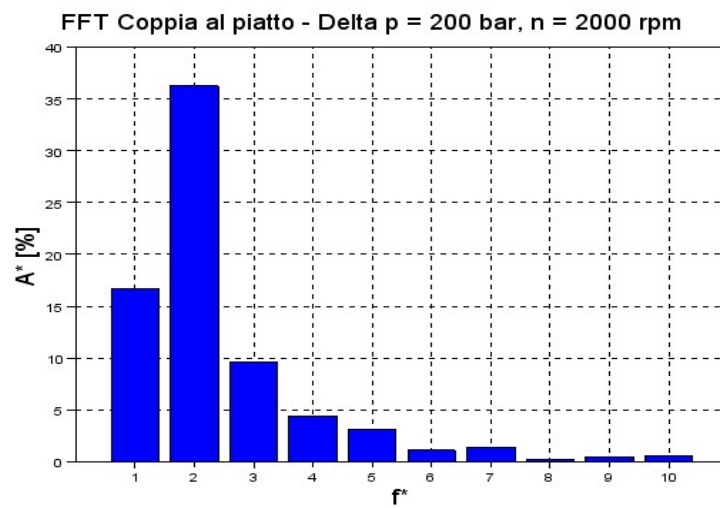
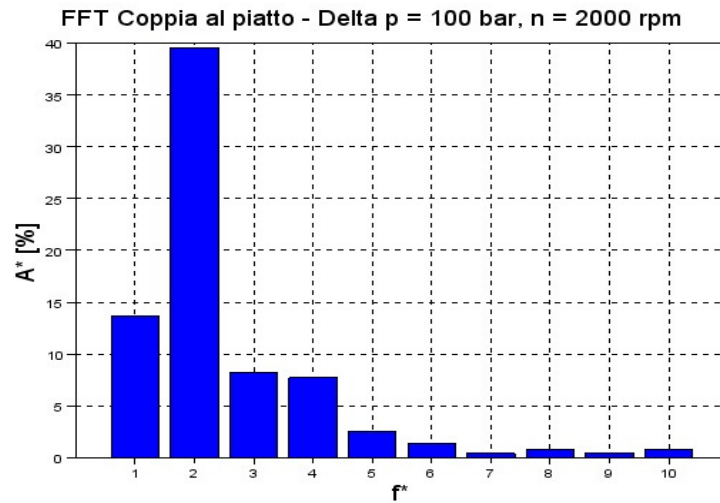


Figura 41 Analisi FFT della coppia al piatto per diversi valori della pressione di mandata, n=2000 rpm.

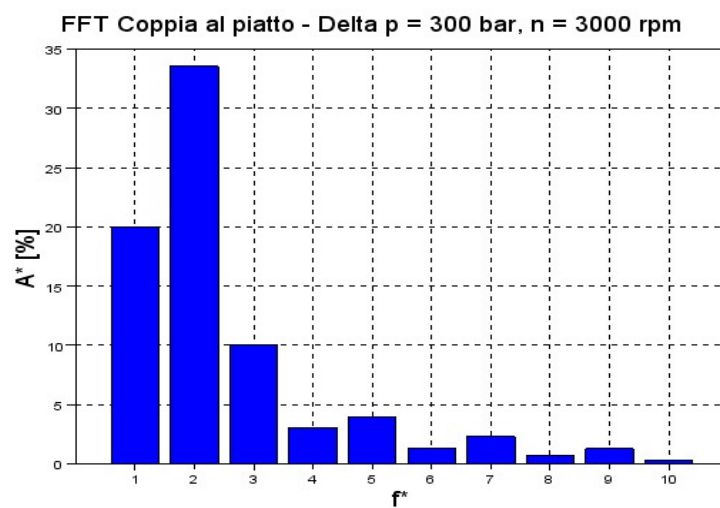
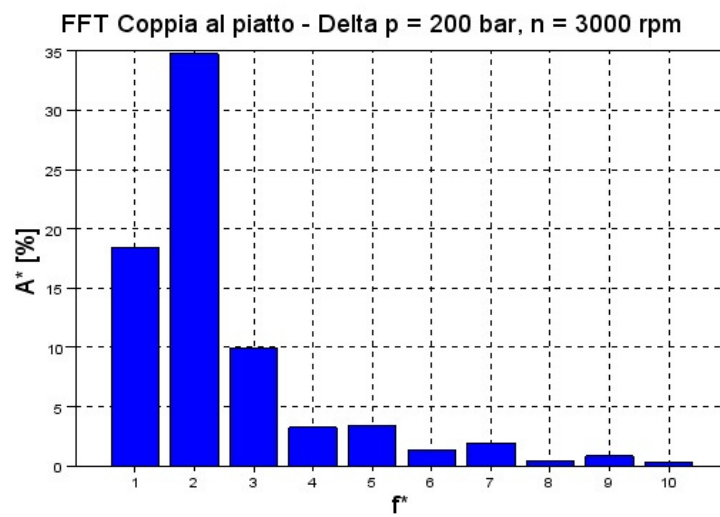
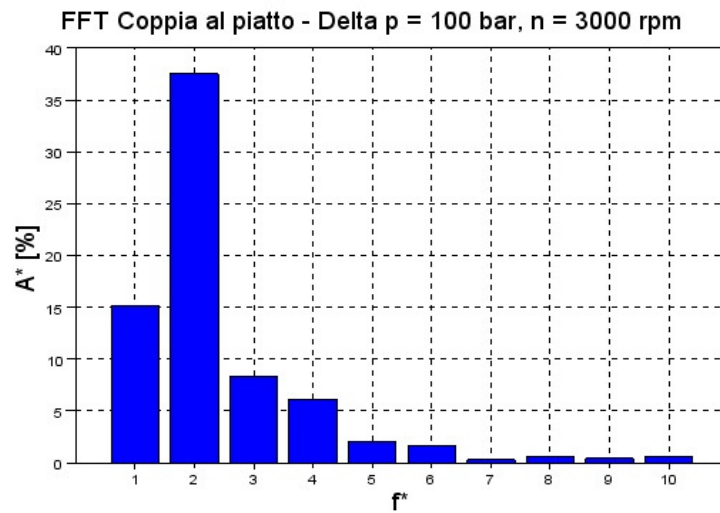


Figura 42 Analisi FFT della coppia al piatto per diversi valori della pressione di mandata, n=3000 rpm.

Si può osservare come le prime tre componenti costituiscano la gran parte del segnale di coppia al piatto e si nota inoltre che la frequenza con l'ampiezza maggiore è $f^* = 2$, ovvero doppia rispetto alla frequenza principale; questo conferma il fatto che la coppia al piatto, precedentemente riportata nei grafici, possiede una frequenza doppia rispetto alla frequenza principale.

3.7.2 Ritardo del piatto di distribuzione

Analizziamo ora l'effetto del ritardo del distributore sul transitorio di pressione, in particolare saranno riportati i risultati con un ritardo del distributore di $+2^\circ$ e un ritardo di -2° , ovvero un anticipo di 2° .

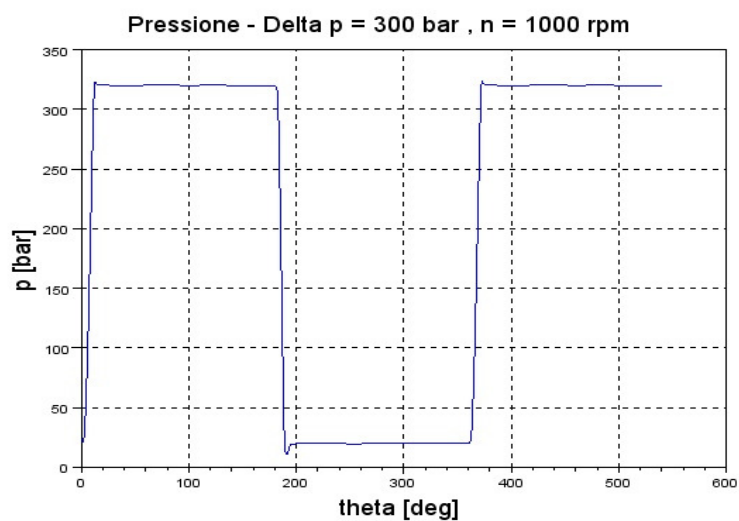
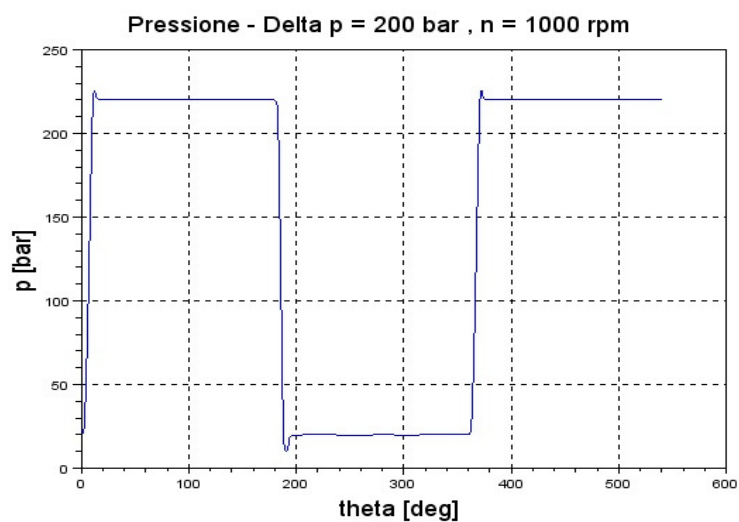
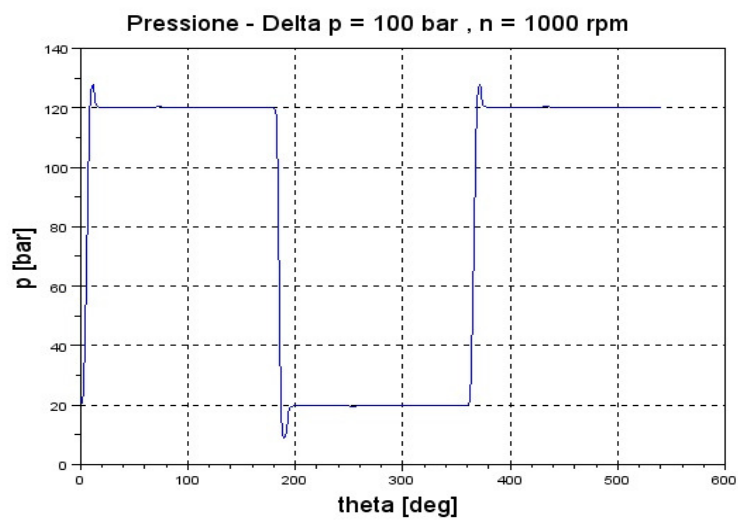


Figura 43 Andamento della pressione nella camera pompante per diversi valori della pressione di mandata,
 $n = 1000 \text{ rpm}$ - Ritardo piatto distribuzione = 2°

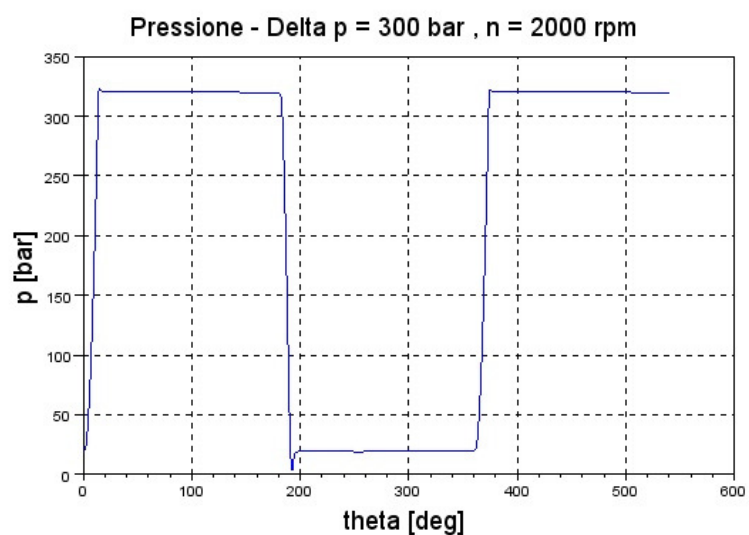
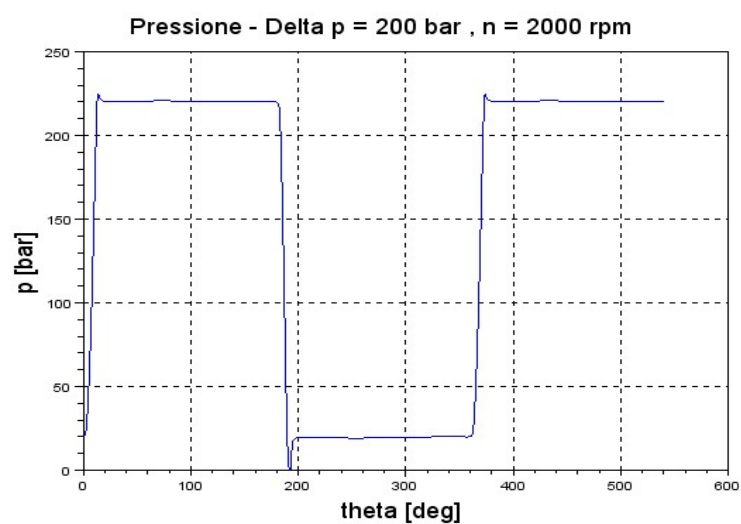
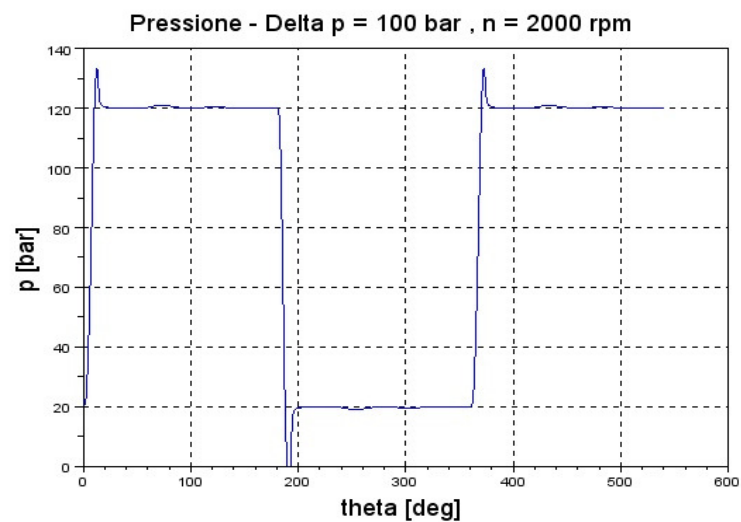


Figura 44 Andamento della pressione nella camera pompante per diversi valori della pressione di mandata, $n = 2000$ rpm - Ritardo piatto distribuzione = 2°

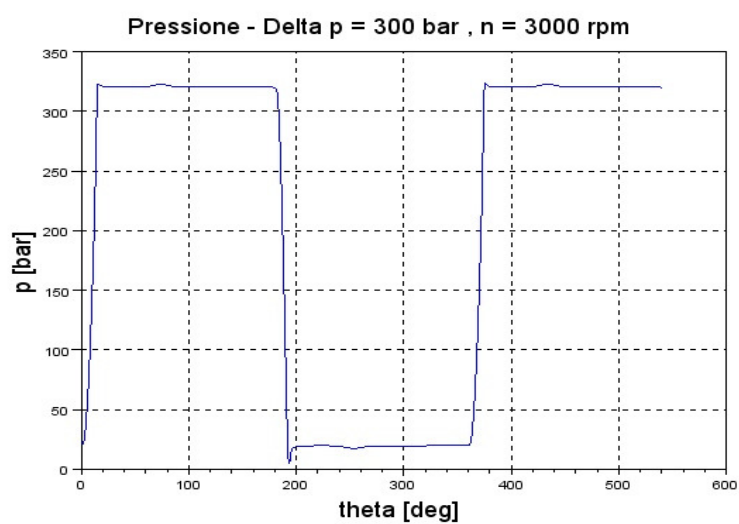
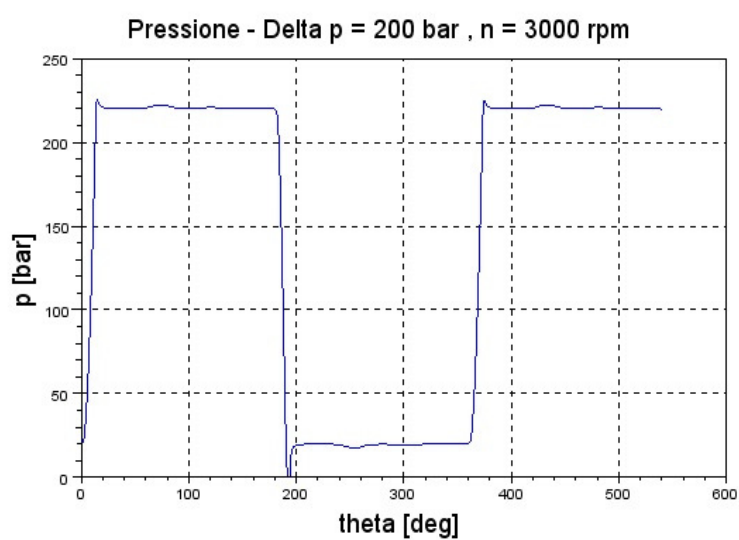
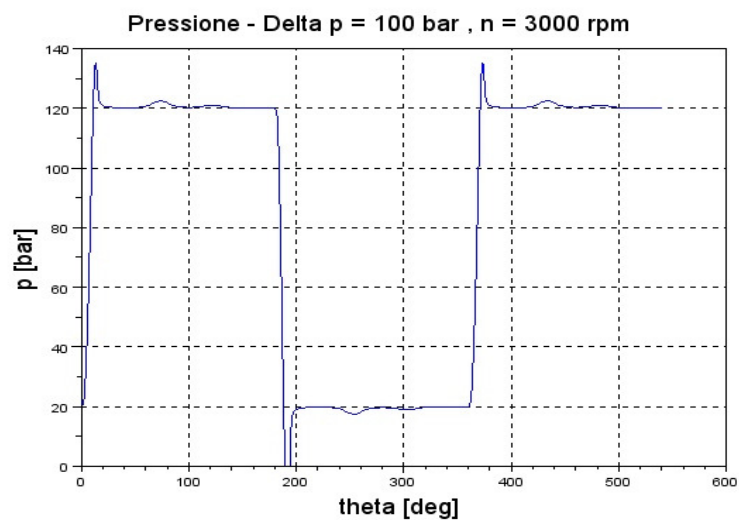


Figura 45 Andamento della pressione nella camera pompante per diversi valori della pressione di mandata, n = 3000 rpm - Ritardo piatto distribuzione = 2°

pMAX-pH [bar]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	3,69	2,38	1,31
	2000	4,52	1,91	1,31
	3000	4,40	2,31	2,30
pMIN-pL [bar]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	-4,57	-4,49	-4,43
	2000	-11,66	-8,92	-5,67
	3000	-15,73	-8,36	-4,91
thetadelay [deg]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,53	2,33	2,84
	2000	2,70	3,82	4,47
	3000	3,46	4,75	5,46
QA* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	96,78	94,23	91,70
	2000	97,59	95,64	93,72
	3000	97,84	96,09	94,36

QB* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	98,84	97,99	97,19
	2000	98,89	98,18	97,44
	3000	98,82	98,21	97,52
QT* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,54	2,65	3,75
	2000	0,77	1,32	1,87
	3000	0,51	0,88	1,25
QCOMP* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,74	3,15	4,53
	2000	1,67	3,05	4,40
	3000	1,65	3,02	4,38
IRQA [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	13,20	19,23	24,78
	2000	12,31	15,31	24,73
	3000	11,41	16,03	26,79

Figura 46 Tabelle riassuntive dei parametri di interesse dell'analisi relativi a sovrappressione, cavitazione, ritardo, portata, al variare delle condizioni operative.

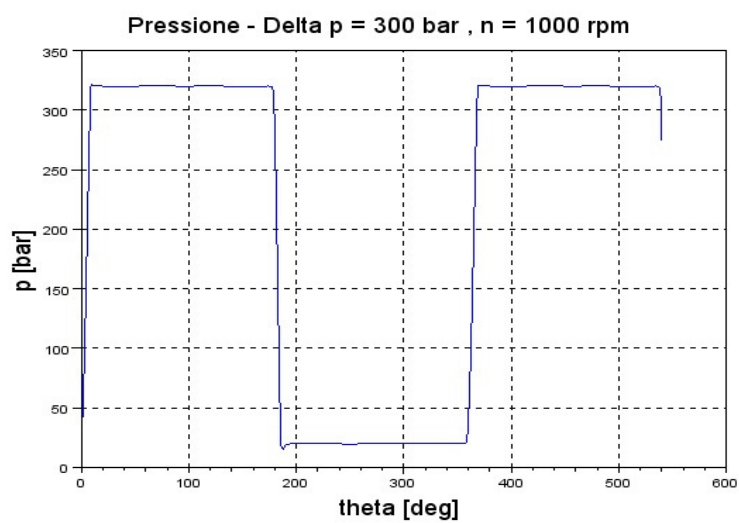
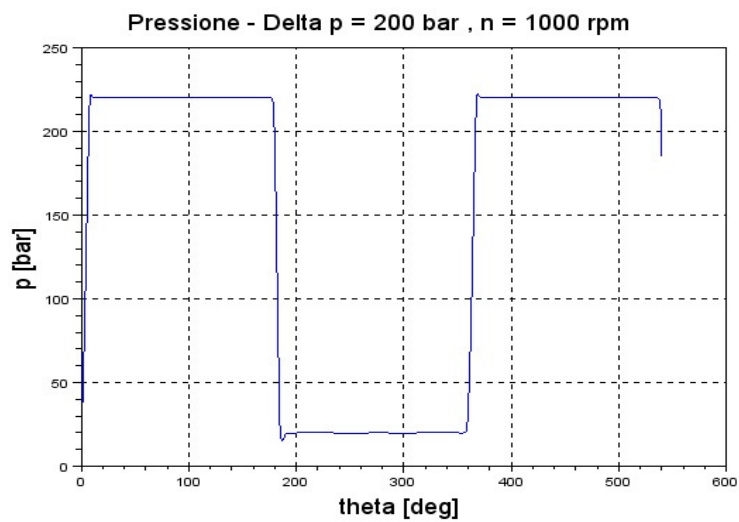
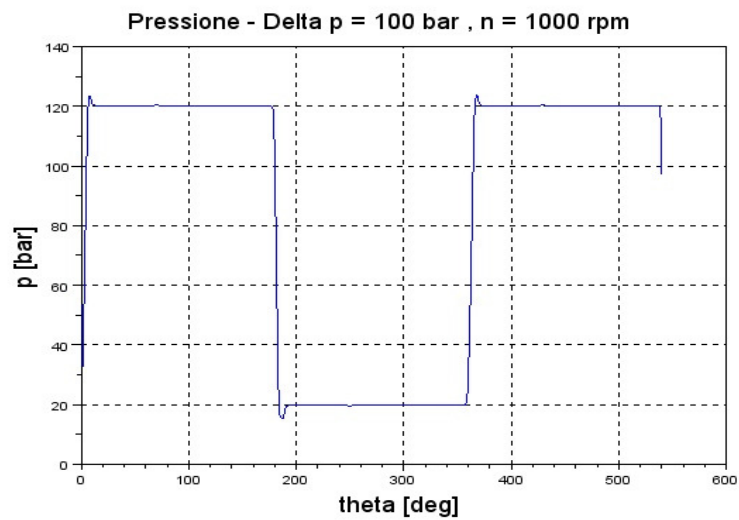


Figura 47 Andamento della pressione nella camera pompante per diversi valori della pressione di mandata, n = 1000 rpm - Ritardo piatto distribuzione = - 2°

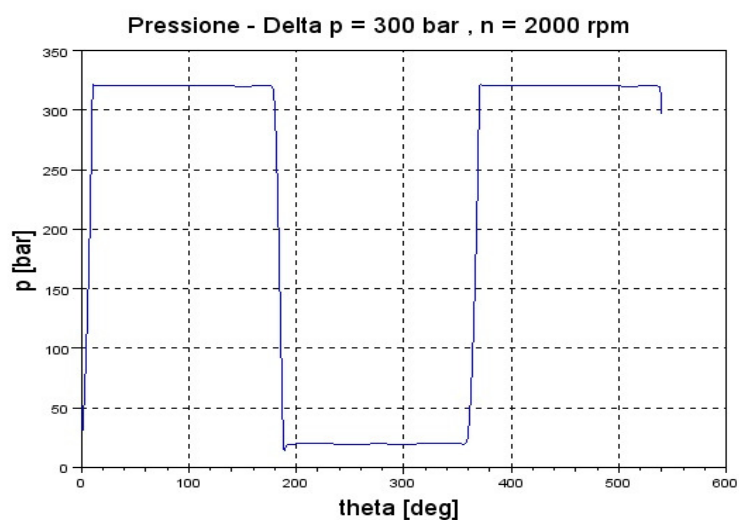
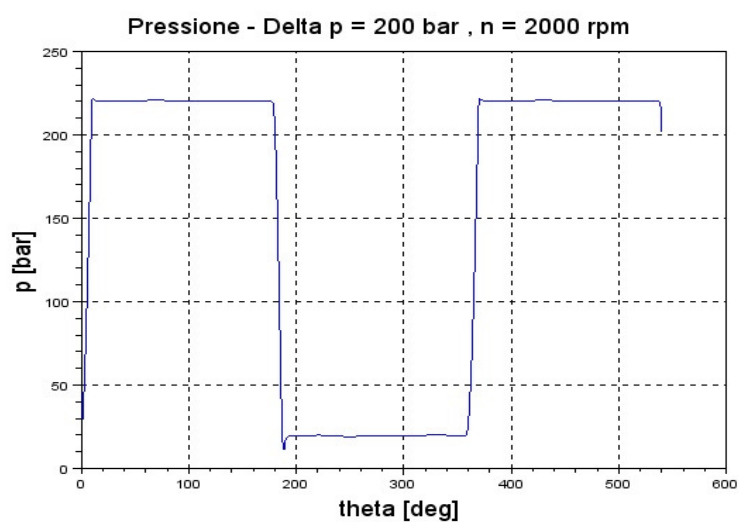
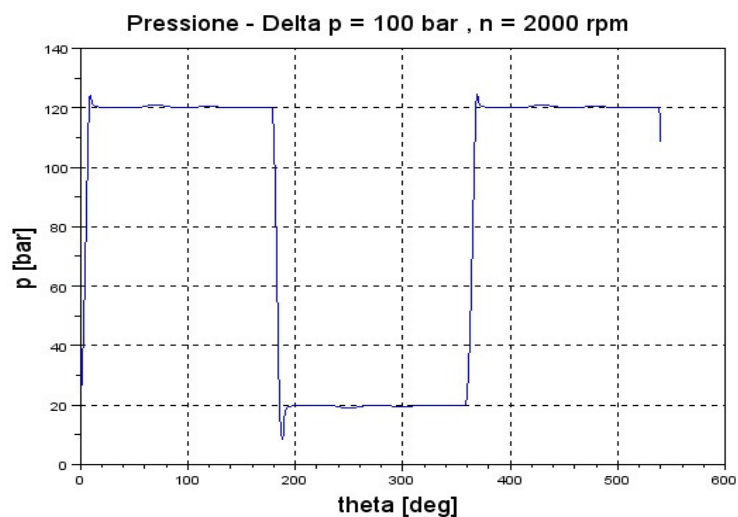


Figura 48 Andamento della pressione nella camera pompante per diversi valori della pressione di mandata, $n = 2000$ rpm - Ritardo piatto distribuzione = -2°

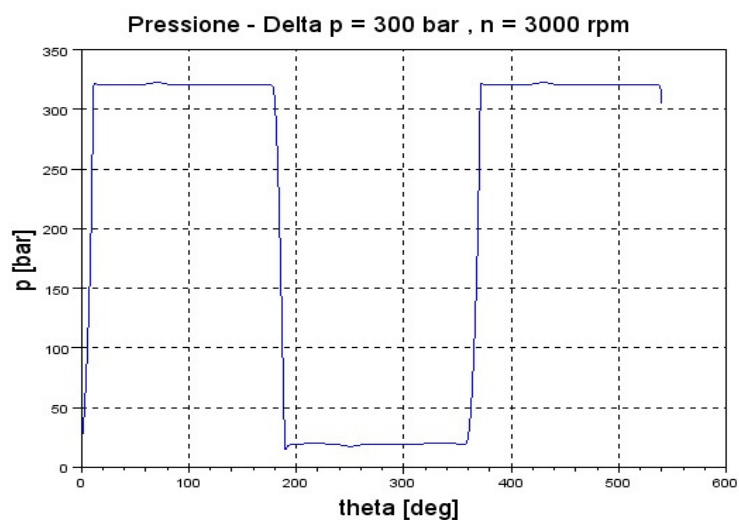
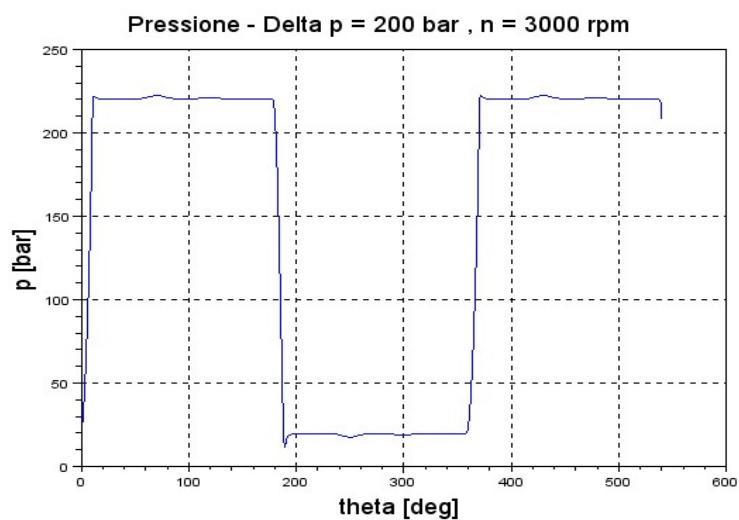
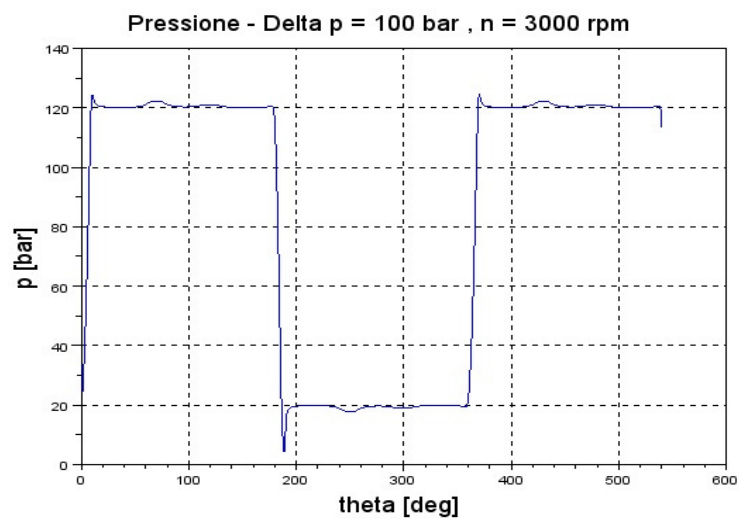


Figura 49 Andamento della pressione nella camera pompante per diversi valori della pressione di mandata, $n = 3000$ rpm - Ritardo piatto distribuzione = -2°

pMAX-pH [bar]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	3,69	2,38	1,31
	2000	4,52	1,91	1,31
	3000	4,40	2,31	2,30
pMIN-pL [bar]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	-4,57	-4,49	-4,43
	2000	-11,66	-8,92	-5,67
	3000	-15,73	-8,36	-4,91
thetadelay [deg]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,53	2,33	2,84
	2000	2,70	3,82	4,47
	3000	3,46	4,75	5,46
QA* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	96,78	94,23	91,70
	2000	97,59	95,64	93,72
	3000	97,84	96,09	94,36

QB* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	98,88	98,03	97,23
	2000	98,97	98,20	97,46
	3000	98,99	98,24	97,52
QT* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,54	2,65	3,75
	2000	0,77	1,32	1,87
	3000	0,51	0,88	1,25
QCOMP* [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	1,69	3,13	4,55
	2000	1,65	3,04	4,41
	3000	1,65	3,03	4,39
IRQA [%]				
		Delta P [bar]		
		100	200	300
omega [rpm]	1000	11,84	18,09	24,81
	2000	10,14	17,19	29,07
	3000	9,25	19,54	30,83

Figura 50 Tabelle riassuntive dei parametri di interesse dell'analisi relativi a sovrappressione, cavitazione, ritardo, portata, al variare delle condizioni operative.

È interessante notare come il valore di pressione massima, pressione minima, ovviamente il ritardo della pressione stessa varino in funzione del ritardo del distributore; si nota infatti che un ritardo di 2°, così come un anticipo di 2°, sebbene possano sembrare lievi variazioni della posizione angolare del distributore portino a una grossa differenza di comportamento della pompa.

Per comprendere al meglio come vari la dinamica di pressione nella camera del cilindro al variare del ritardo si riportano dei grafici che permettono di comprendere l'effetto del ritardo sul distributore.

In particolare si riportano i risultati ottenuti con un ritardo del distributore pari a -3° , -2° , -1° , 0° , 1° , 2° , 3° .

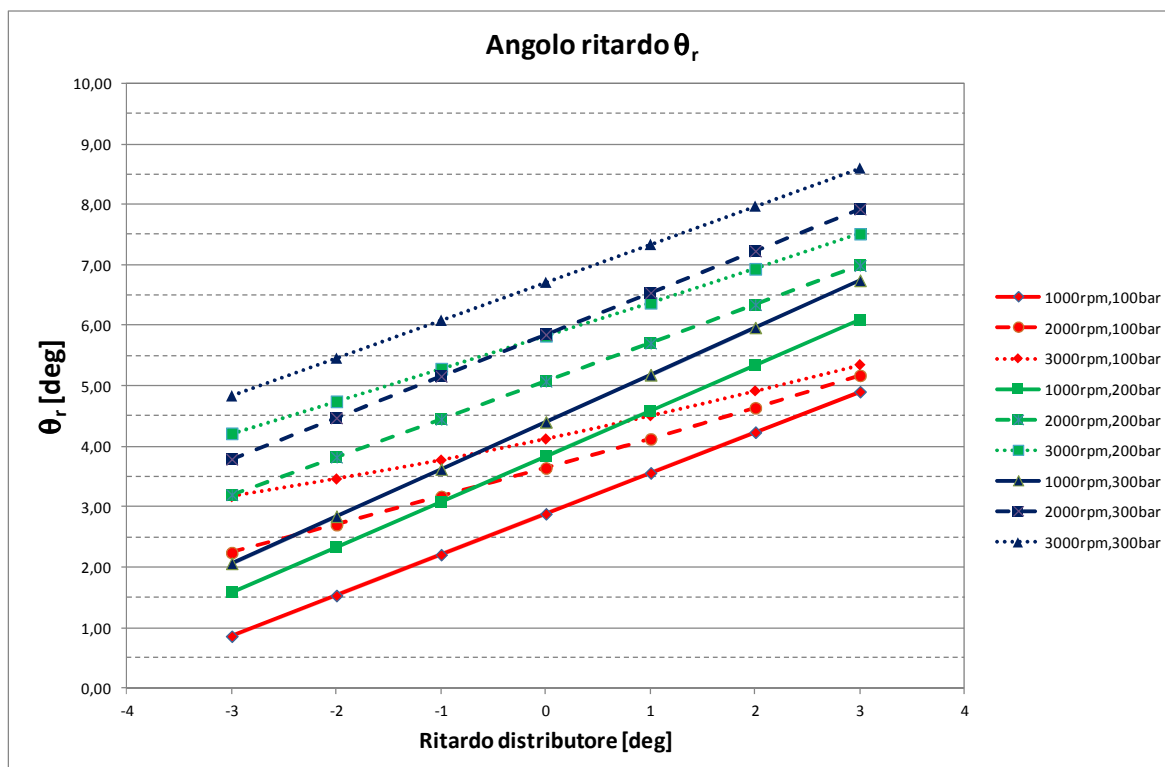


Figura 51 Ritardo della pressione al variare delle condizioni operative e della fasatura del distributore.

In Figura 51 si riporta θ_r , il ritardo della pressione, in funzione del ritardo del distributore sull'asse orizzontale.

Si nota ovviamente che il ritardo della pressione aumenta all'aumentare del ritardo del distributore ma, al contrario di quanto ci si aspetterebbe, un aumento del ritardo del distributore di 1° determina un aumento minore del ritardo della pressione; questo è dovuto al fatto che la dinamica di formazione della pressione ha un comportamento tutt'altro che lineare; in secondo luogo si ricorda che la formazione del picco di pressione così come una zona di possibile cavitazione determinano una variazione dell'angolo di ritardo.

In seconda battuta si può notare come l'angolo di ritardo della pressione aumenti sia all'aumentare della velocità di rotazione che della pressione di lavoro, e l'aumento di quest'ultima ha un effetto maggiore.

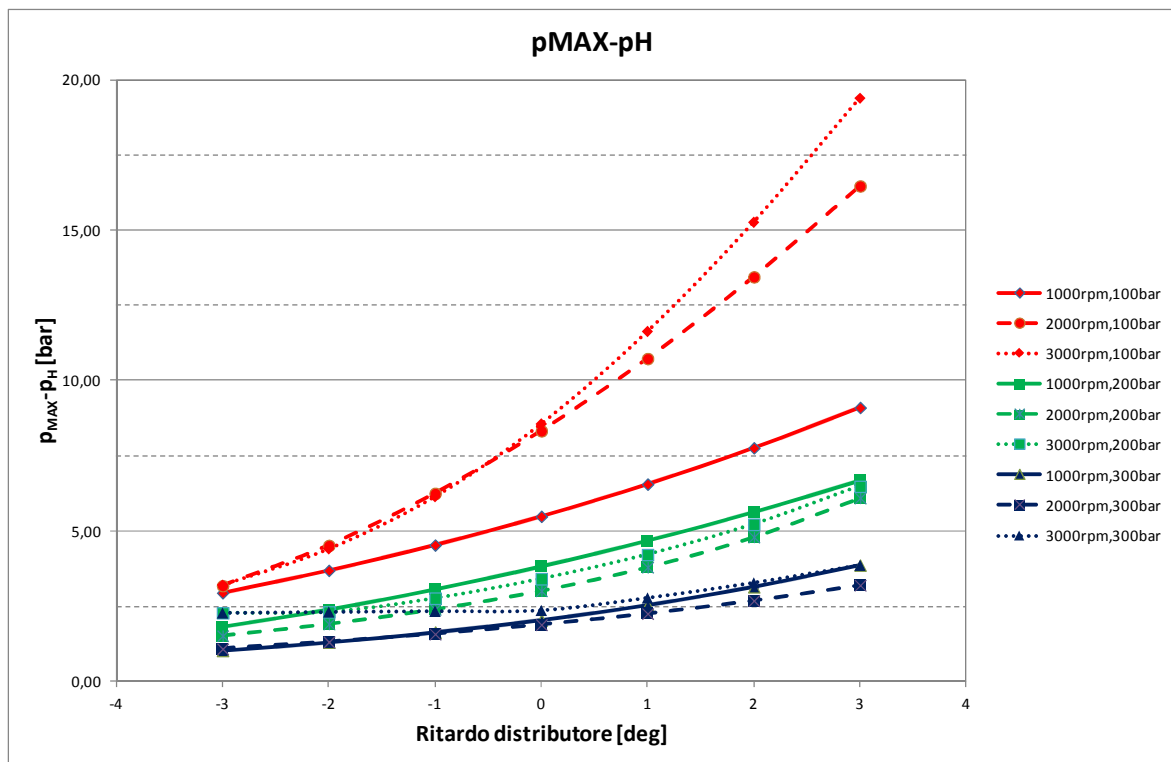


Figura 52 Sovrapressione al variare delle condizioni operative e della fasatura del distributore.

In Figura 52 si riporta la differenza tra pressione massima nel giro di rivoluzione e pressione di mandata, ovvero $p_{MAX} - p_H$. Si ricorda che questa quantità quantifica il picco di pressione che occorre durante un giro di rivoluzione e determina il superamento della pressione di mandata.

Si nota immediatamente che il ritardo del distributore determina un aumento considerevole del picco di pressione; questo conferma che il distributore in esame, nella configurazione iniziale, era già ritardato, infatti l'anticipo tende a ridurre e praticamente annullare il picco di pressione. Si nota inoltre che la differenza è considerevole a “bassa” pressione, ovvero con un Δp di 100 bar.

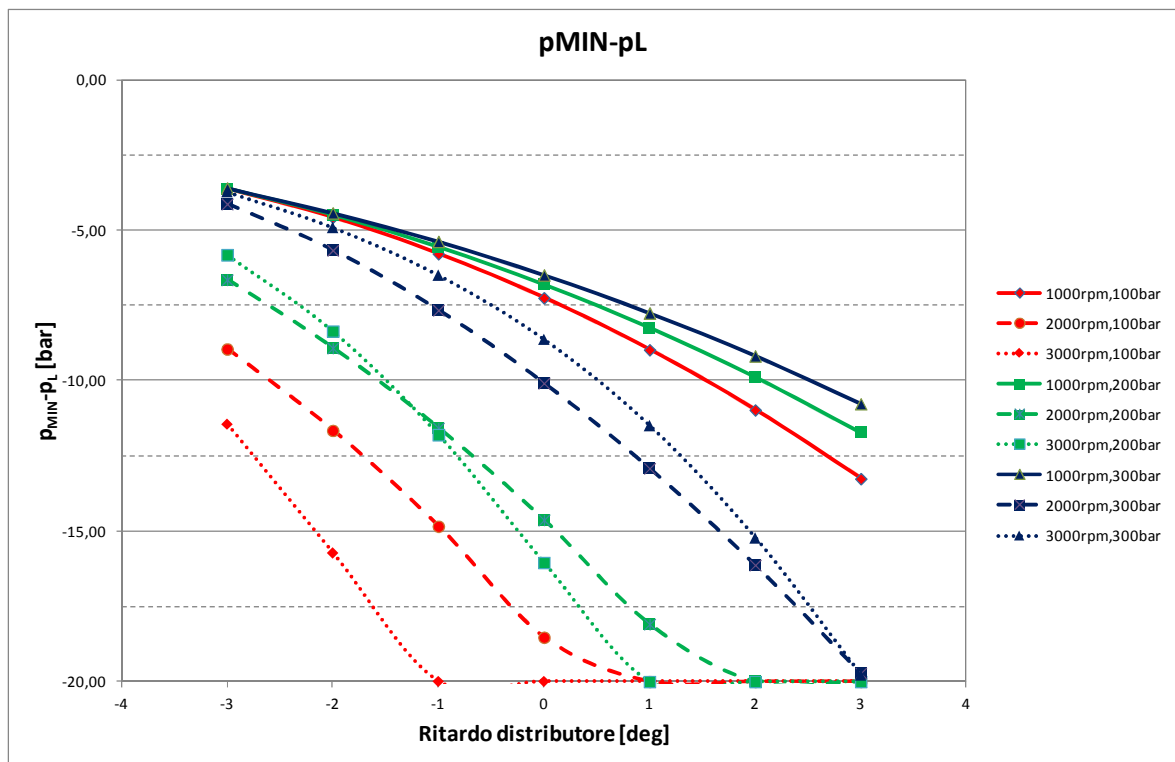


Figura 53 Depressione al variare delle condizioni operative e della fasatura del distributore.

Un andamento analogo si osserva con la pressione minima nel giro, ovvero $p_{MIN} - p_L$. Si ricorda che questa quantità quantifica la possibilità del distributore di determinare una cavitazione, per cui se $p_{MIN} - p_L = 0 \text{ bar}$ si ha che la pressione nella camera del pistone non scende mai al di sotto del valore di alimentazione, mentre se $p_{MIN} - p_L = -20 \text{ bar}$ si ha che la pressione raggiunge lo zero relativo e si è nella condizione teorica di cavitazione.

Come anticipato si osserva che un anticipo del distributore permette di scongiurare sensibilmente la cavitazione per tutte le pressioni di lavoro e le velocità di rotazione. Si nota inoltre con ritardo positivo, pari a 2° e 3° , si raggiunga la condizione di cavitazione soprattutto alle alte velocità.

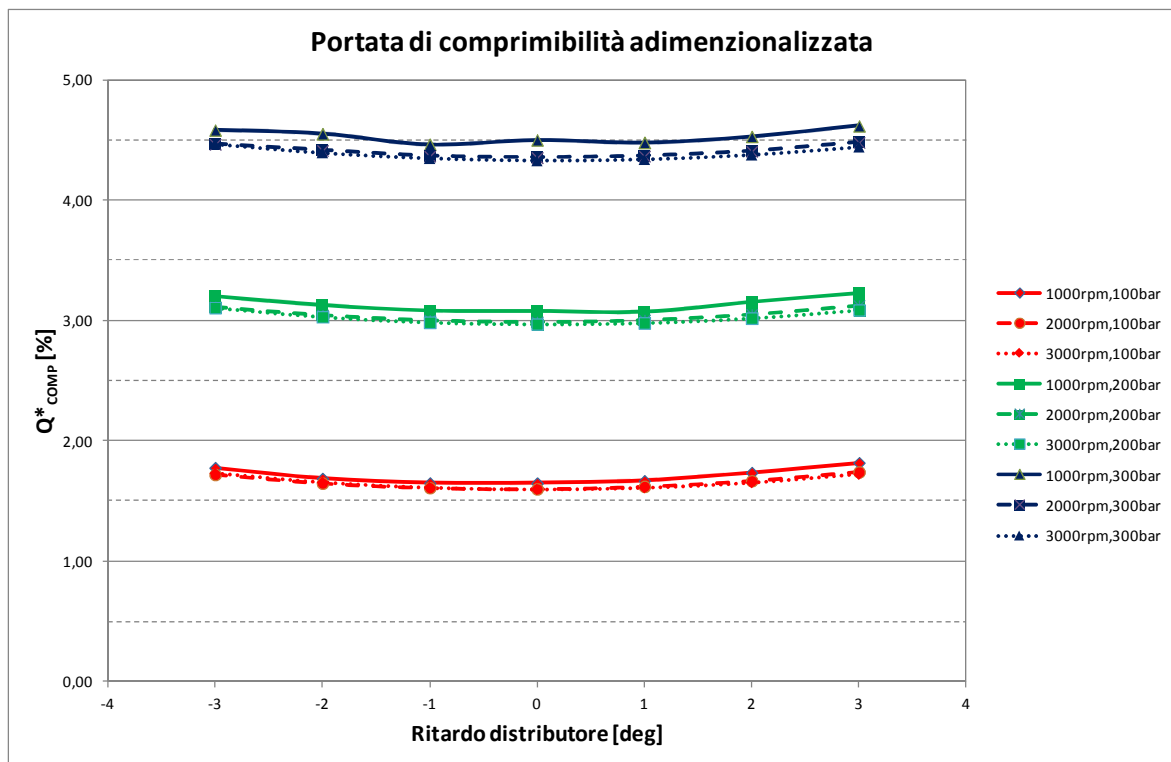


Figura 54 Portata di comprimibilità al variare delle condizioni operative e della fasatura del distributore.

In Figura 54 si riporta la portata di comprimibilità adimensionalizzata Q_{COMP}^* in funzione del ritardo del distributore.

Si osserva che in sostanza la portata di comprimibilità rimane per lo più costante al variare del ritardo del distributore.

Questa tendenza è per niente scontata in quanto si ricorda che attraverso una pre-compressione all'interno della camera del pistone sarebbe teoricamente possibile ridurre ed eventualmente annullare la portata di comprimibilità sulla linea di mandata; considerato l'effetto del ritardo o anticipo sul transitorio di pressione, ci si sarebbe potuto aspettare una variazione della portata di comprimibilità.

Si ricorda tuttavia che per annullare la portata di comprimibilità sarebbe necessario attuare una pre-compressione del volume di olio intrappolato nella camera e far seguito con una apertura rapidissima delle luci di mandata (teoricamente un'apertura istantanea). Il distributore considerato, al contrario, possiede una fresatura di lunghezza tutt'altro che

trascurabile, che vanifica quindi l'effetto del ritardo o anticipo sulla portata di comprimibilità.

4 La lubrificazione nelle macchine a pistoni assiali

Come visto nel capitolo precedente i meati di lubrificazione costituiscono un aspetto importante, se non addirittura fondamentale, per la modellazione delle macchine a pistoni assiali e più in generale delle macchine volumetriche.

I meati, infatti, incidono in maniera duplice sul rendimento della macchina volumetrica, in quanto sono fonte di dissipazione meccanica, determinando una riduzione del rendimento meccanico, e fonte di dissipazione volumetrica, ovvero facendo sì che una parte della portata volumetrica non venga effettivamente elaborata dalla macchina e sfugga verso il controllo andando a discapito del rendimento volumetrico.

Dal punto di vista meccanico si ha infatti che, in corrispondenza delle superfici di interfaccia di due corpi (tipicamente metallici), il film di olio lubrificante che si interpone tra le superfici determina una forza o coppia di attrito che nel caso delle pompe provoca un aumento della coppia assorbita mentre nel caso dei motori genera una riduzione della coppia erogata. Questo, come detto, è causa della riduzione del rendimento meccanico.

Dal punto di vista volumetrico i meati danno luogo a una portata che sfugge alla macchina fluendo verso il drenaggio. Nel caso di una pompa questo porta a una riduzione della portata inviata mentre nel caso di un motore determina una riduzione dei giri del motore.

Si nota come nell' approccio a parametri concentrati introdotto nel capitolo precedente vi sia una doppia approssimazione: in primo luogo si è trascurato il fatto che la portata di trafilamento, così come la forza o coppia di attrito, possano essere calcolate approssimando il meato come ad altezza costante e in seconda battuta si è dovuta ipotizzare, o comunque estrapolare attraverso i risultati sperimentali, l'altezza stessa.

Si nota inoltre che l'altezza del meato non è costante in quanto varia lungo le dimensioni del meato, si pensi infatti, ad esempio, all'accoppiamento tra pistone e cilindro e alla distribuzione spaziale di altezza dovuta all'eccentricità del pistone ed eventualmente anche a un'inclinazione relativa dei due assi.

Il quadro diviene ancora più complicato se si considera che tale altezza varia nel tempo in funzione delle condizioni operative quali carichi agenti, pressione e velocità di lavoro.

La portata di drenaggio, come visto in precedenza, può essere determinata una volta nota l'altezza del meato, parametro incognito a priori.

In una macchina a pistoni assiali i meati di lubrificazione sono:

1. Meato tra blocco cilindri e distributore
2. Meato tra pattino e piatto inclinato
3. Meato tra pattino e pistone
4. Meato tra pistone e blocco cilindri

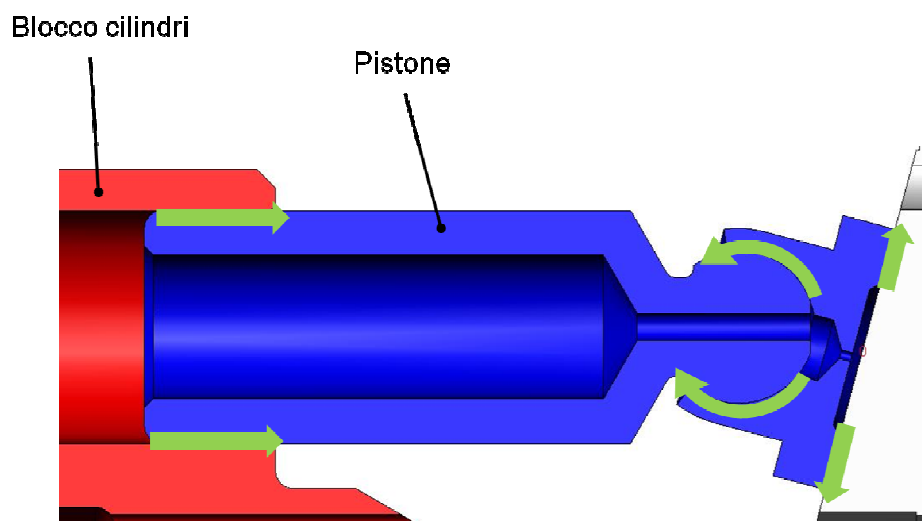


Figura 55 - Gruppo pompante con meato pistone-cilindro, pistone-pattino, pattino-piatto inclinato

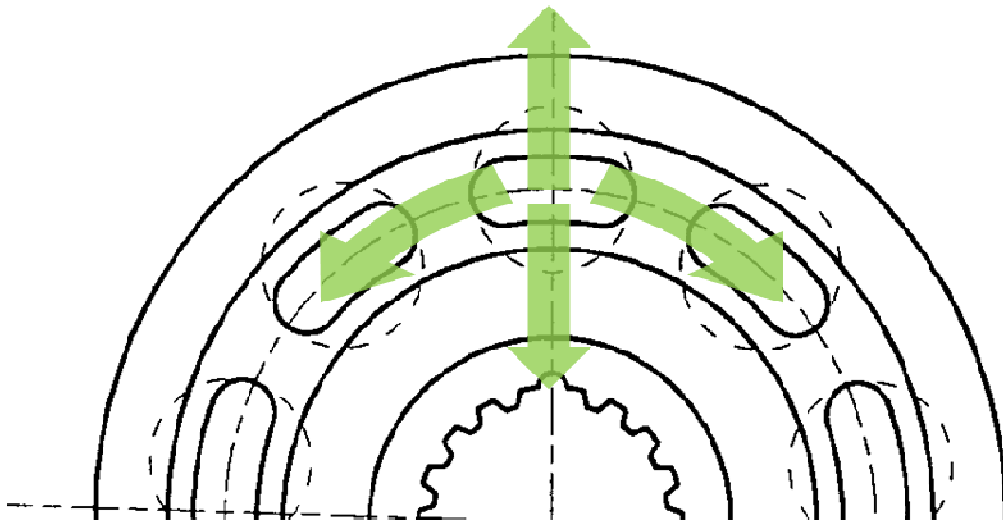


Figura 56 – Blocco cilindri con in verde le vie di fuga attraverso il meato tra blocco cilindri e piatto di distribuzione

Si vuole fare in questa fase una sostanziale differenza tra il meato pattino-piatto inclinato e blocco cilindri-distributore da una parte, il meato pistone-cilindro dall'altra.

Nel primo caso si ha infatti che i due meati possiedono un bilanciamento idrostatico tale per cui gran parte del carico esterno viene equilibrato da un punto di vista idrostatico, mentre solo una parte ridotta del carico deve essere creata grazie all'effetto idrodinamico.

Nel secondo caso, invece, tutto il carico radiale esercitato sul pistone deve essere bilanciato idrodinamicamente.

Si nota inoltre un altro aspetto che differenzia questi meati: il meato tra pistone e cilindro è caratterizzato da una distribuzione variabile dell'altezza del meato rispetto alle coordinate spaziali; essa può assumere un valore massimo pari al gioco presente tra pistone e cilindro. Nel caso dei meati tra pattino e piatto e blocco cilindri e distributore non vi è alcun limite al valore massimo dell'altezza che viene determinata unicamente dalle condizioni di equilibrio del meato stesso.

Si ha quindi una sostanziale differenza nelle dinamiche di questi meati.

In questa trattazione ci si concentra sulla modellazione del meato tra pattino e piatto inclinato.

4.1 Meato pattino-piatto inclinato: modello di lubrificazione idrodinamica

Eseguendo l'equilibrio assiale del gruppo pompante, dato da pistone più pattino, è possibile determinare la forza che il meato deve fornire al pattino per garantire l'equilibrio di quest'ultimo. Nel precedente capitolo si è fatto impropriamente riferimento alla forza scambiata tra piatto inclinato e pattino, intendendo con questa la forza risultante esercitata del meato sul pattino.

Adimensionalizzando la forza effettivamente esercitata dal meato sul pattino nel caso idrostatico, con la forza di riferimento pari al valore necessario per garantire l'equilibrio assiale, si ottiene il coefficiente di bilanciamento del pattino dato dalla seguente espressione

$$C_{r,Pa} = \frac{2 (r_{ext}^2 - r_{int}^2) \cos(\beta)}{d_p^2 \ln(r_{ext}/r_{int})} \quad (4.1)$$

Si ricorda che con d_p il diametro del pistone, r_{int} e r_{ext} rispettivamente il raggio interno ed esterno del pattino.

Il coefficiente di bilanciamento rappresenta la quota parte del carico totale necessario per il sostentamento del pattino che viene fornita dal solo bilanciamento idrostatico.

In letteratura si parla di un pattino *overclamped* nel caso in cui $C_{r,Pa} < 1$, o di un pattino *underclamped* nel caso in cui $C_{r,Pa} > 1$.

Si sottolinea che al variare dell'inclinazione del piatto inclinato, il bilanciamento del pattino stesso varia e in particolare diminuisce all'aumentare dell'angolo.

Nella pompa in esame il pattino, nella condizione di cilindrata massima, possiede un $C_{r,Pa}$ pari a 0.86; questo equivale a dire che fatto 100 il carico che il meato deve esercitare sul pattino, allora l'86% di questo viene fornito dal bilanciamento idrostatico e il rimanente 14% sarà fornito idrodinamicamente.

Nel caso considerato una parte non trascurabile del carico dovrà essere generata attraverso l'effetto idrodinamico imputabile all'effetto combinato della velocità relativa e ad una variazione dell'altezza all'interno del meato stesso.

Da un punto di vista generale quindi è fondamentale determinare la componente idrodinamica generata nel meato, o meglio calcolare la posizione relativa tra piatto e pattino capace di generare la componente idrodinamica tale da determinare l'equilibrio del pattino.

4.1.1 Modello numerico

Si introduce innanzitutto il sistema di riferimento scelto.

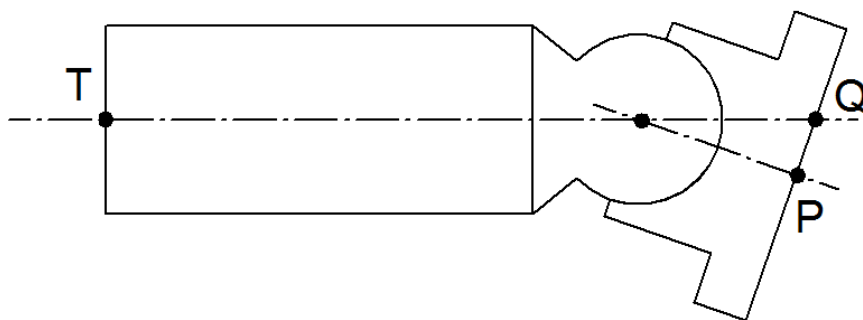


Figura 57 Diagramma schematico dell'accoppiamento pistone-pattino e indicazione dei punti notevoli.

Si considera un sistema di riferimento centrato nel punto P (vedere Figura 57) con l'asse z ortogonale al piatto inclinato, asse x tangenziale alla traiettoria definita dal punto P, asse y con direzione centrifuga rispetto alla traiettoria descritta dal punto P.

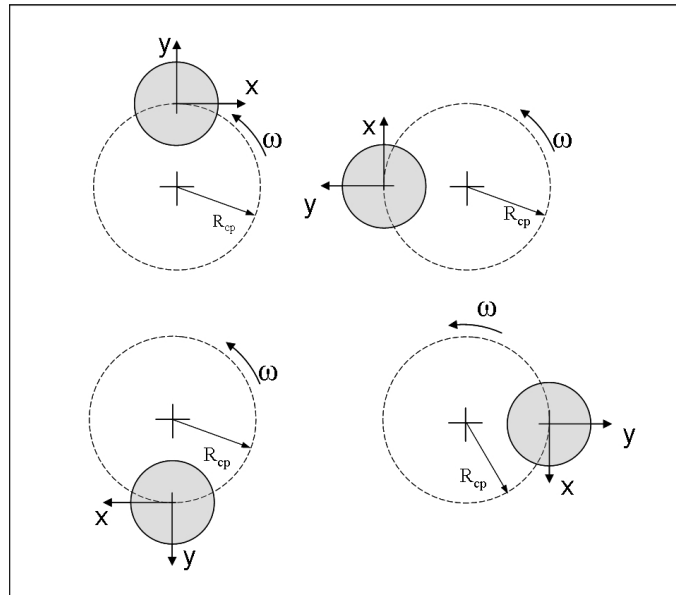


Figura 58 sistema di riferimento sul pattino al variare della posizione del pattino stesso.

In Figura 58 è possibile vedere come si muove il sistema di riferimento scelto al variare della posizione angolare del pistone.

Coerentemente con quanto detto nel capitolo precedente, ω è la velocità di rotazione della macchina.

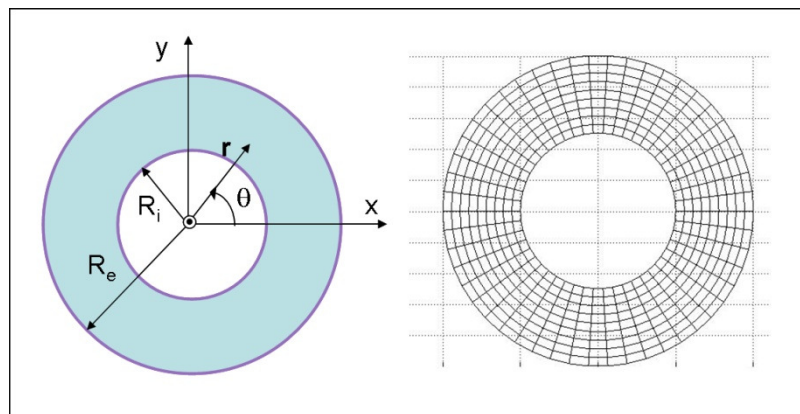


Figura 59 Sistema di riferimento e coordinate polari.

Si definisce inoltre un sistema di coordinate polari (r, θ) come in Figura 59. Si nota che la variabile θ in precedenza indicava la posizione angolare del pistone mentre in questa fase indica la coordinata polare del sistema di riferimento del pattino.

Il sistema di riferimento scelto è tale per cui vede la superficie inferiore del pattino ruotare potenzialmente intorno all'asse z con velocità ω_s ; i punti del piatto inclinato invece si muovono con velocità opposta

all'effettiva velocità del pattino conseguente alla rotazione del pattino intorno all'asse della macchina.

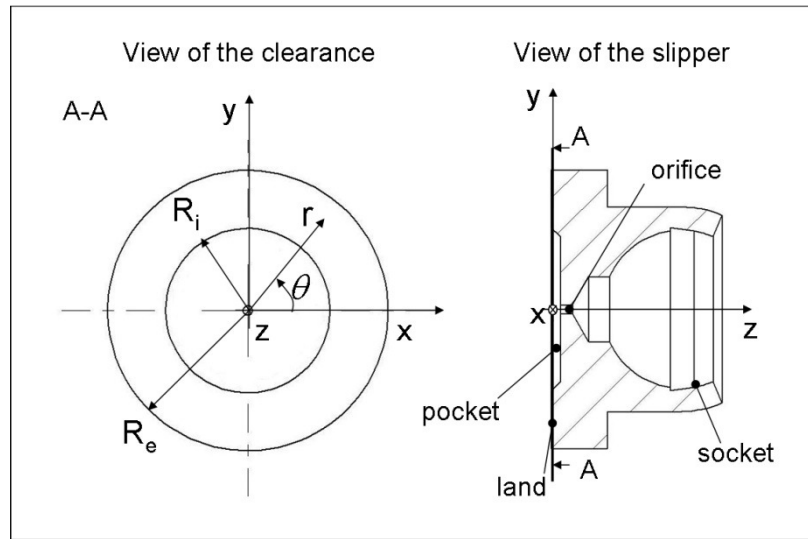


Figura 60 Diagramma schematico del pattino, sistema di riferimento e coordinate polari.

Si definiscono rispettivamente con u e v le velocità dei punti del piatto rispetto alle coordinate polari introdotte (r, θ) .

$$\begin{aligned} u &= \omega \cdot R_{cp} \cdot \cos \theta \\ v &= -\omega \cdot (R_{cp} \cdot \sin \theta + r) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Considerando ora che il pattino possa muoversi rispetto al piatto inclinato, si ha che, rispetto al sistema di riferimento scelto, il pattino possiede quattro gradi di libertà; uno di questi è stato appena introdotto, ovvero la rotazione intorno all'asse z indicata con ω_s .

Rimangono tre gradi di libertà che costituiscono la possibilità per il pattino di ruotare intorno all'asse x , intorno all'asse y , e traslare lungo l'asse z . Si può facilmente verificare che questi movimenti possono essere definiti qualora sia definita la terna di valori h_1, h_2, h_3 . Queste sono le tre altezze del meato in corrispondenza del raggio esterno del pattino e rispettivamente per $\theta = 0^\circ, \theta = 120^\circ, \theta = 240^\circ$.

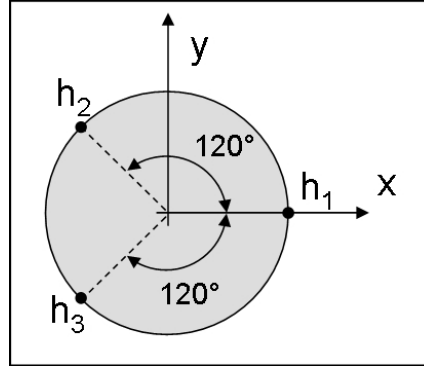


Figura 61

È possibile definire l'altezza in un generico punto attraverso una combinazione delle tre altezze sopra introdotte.

$$h(r, \theta, t) = (2 \cdot h_1(t) - h_2(t) - h_3(t)) \cdot \frac{r \cdot \cos \theta}{3 \cdot R_e} + (h_2(t) - h_3(t)) \cdot \frac{r \cdot \sin \theta}{\sqrt{3} \cdot R_e} + (h_1(t) + h_2(t) + h_3(t)) \cdot \frac{1}{3} \quad (4.3)$$

Risulterà utile in seguito disporre delle derivate dell'altezza rispetto alle coordinate polari e al tempo.

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial r} &= (2 \cdot h_1(t) - h_2(t) - h_3(t)) \cdot \frac{\cos \theta}{3 \cdot R_e} + (h_2(t) - h_3(t)) \cdot \frac{\sin \theta}{\sqrt{3} \cdot R_e} \\ \frac{\partial h}{\partial \theta} &= -(2 \cdot h_1(t) - h_2(t) - h_3(t)) \cdot \frac{r \cdot \sin \theta}{3 \cdot R_e} + (h_2(t) - h_3(t)) \cdot \frac{r \cdot \cos \theta}{\sqrt{3} \cdot R_e} \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = (2 \cdot \dot{h}_1 - \dot{h}_2 - \dot{h}_3) \cdot \frac{r \cdot \cos \theta}{3 \cdot R_e} + (\dot{h}_2 - \dot{h}_3) \cdot \frac{r \cdot \sin \theta}{\sqrt{3} \cdot R_e} + (\dot{h}_1 + \dot{h}_2 + \dot{h}_3) \cdot \frac{1}{3} \quad (4.5)$$

Nelle espressioni precedenti si è indicato con R_e il raggio esterno del pattino, mentre $\dot{h}_1, \dot{h}_2, \dot{h}_3$ sono le derivate rispetto al tempo di h_1, h_2, h_3 .

Successivamente si indicherà per comodità

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\bar{\dot{h}} = \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Definite tutte queste quantità, è ora possibile definire l'equazione che permette di risolvere il campo di pressione all'interno del meato tra pattino e piatto inclinato. Tale equazione è l'adattamento dell'equazione di Reynolds al caso in esame.

$$\begin{aligned} r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = \\ = 6 \cdot \mu \cdot r \cdot \left(\frac{\partial (u \cdot h \cdot r)}{\partial r} + \frac{\partial (v \cdot h)}{\partial \theta} + r \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial \theta} \cdot \omega_s + 2 \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Dove si ricorda che p è la pressione nel meato con $p = p(r, \theta)$ funzione delle coordinate spaziali nonché incognita del problema.

Si nota che l'incognita del problema è la pressione all'interno del meato, ma tuttavia anche l'altezza del meato $h(r, \theta)$ non è nota a priori e di difficile previsione.

Una volta determinato il campo di pressione all'interno del meato è possibile determinare la componente lungo l'asse z , e la forza di attrito, giacente nel piano xy .

Queste due quantità possono essere determinate per integrazione del campo di pressione.

L'equazione (4.8) viene risolta attraverso il metodo alle differenze finite su di una griglia con passo costante Δr lungo r e passo costante $\Delta \theta$ lungo θ . Il sistema di equazioni così ottenuto viene risolto in ambiente MATLAB risolto attraverso la function "bicgstab" (BiConjugate Gradients Stabilized Method).

4.1.2 Risultati

Si procede in prima battuta imponendo l'altezza del meato; le derivate rispetto alle coordinate polari saranno calcolate di conseguenza, mentre si considera nulla la derivata temporale.

In questa analisi si vuole analizzare la capacità del pattino di generare idrodinamicamente un carico portante. La dinamica di formazione di una sovra-pressione rispetto al caso idrostatico e conseguentemente la generazione di un carico portante è dovuta alla combinazione di una velocità relativa tra pattino e piatto inclinato e alla contemporanea presenza di un meato ad altezza variabile.

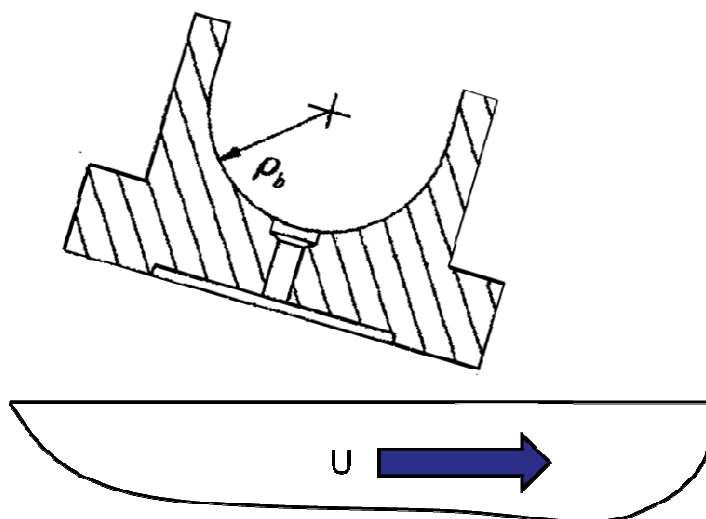


Figura 62 – Pattino con meato convergente

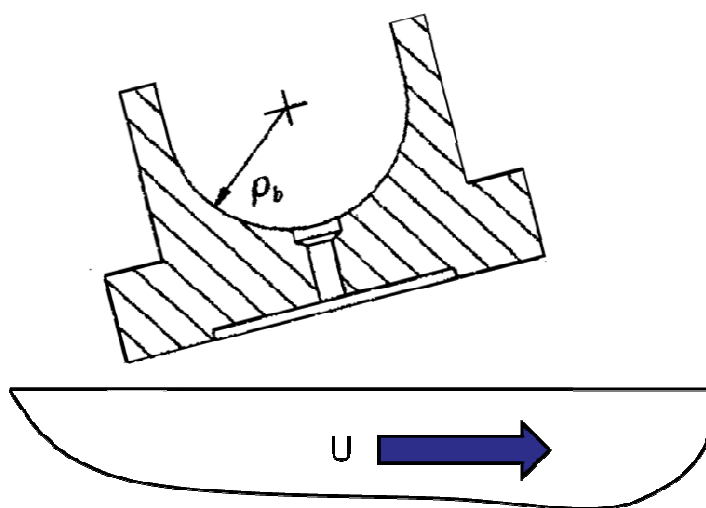


Figura 63 – Pattino con meato divergente

In Figura 62 e Figura 63 si riportano le due configurazioni di meato convergente e divergente; si noti che la velocità relativa U è riportata

rispetto al sistema di riferimento scelto, per cui il piatto inclinato si muove lungo l'asse x di velocità U pari a ωr_{cp} .

In particolare si ha un aumento di pressione in corrispondenza di un meato convergente mentre al contrario si ha una riduzione di pressione, con eventuale rischio di cavitazione, nel caso di meato divergente.

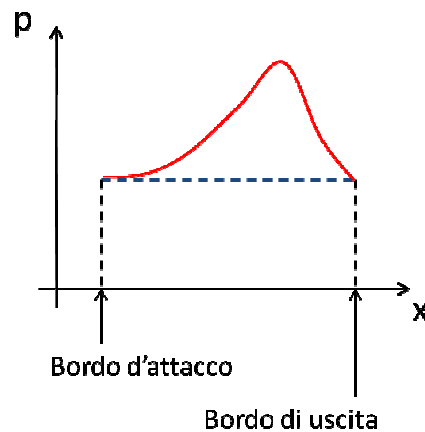


Figura 64 – Andamento qualitativo di pressione con meato convergente

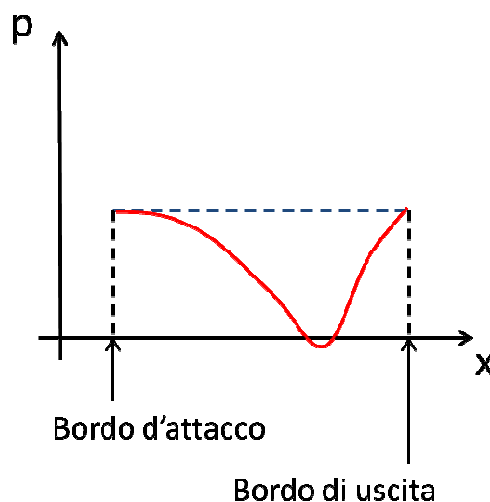


Figura 65 - Andamento qualitativo di pressione con meato divergente

Per studiare la capacità portante si analizzerà in prima battuta una situazione stazionaria, ovvero in cui $\bar{h} = 0$, e imponendo un'inclinazione del pattino non nulla solo attorno l'asse y , ovvero $h_2 = h_3$.

Rimangono quindi solo due gradi di libertà; si preferisce impostare l'altezza h_1 che nella fattispecie sarà l'altezza minima avendo a che fare con

un meato convergente, e l'inclinazione del pattino α_{Pa} così definita (vedere Figura 66)

$$\alpha_{Pa} = \operatorname{atan}\left(\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{3}{2}r_{ext}}\right) \quad (4.9)$$

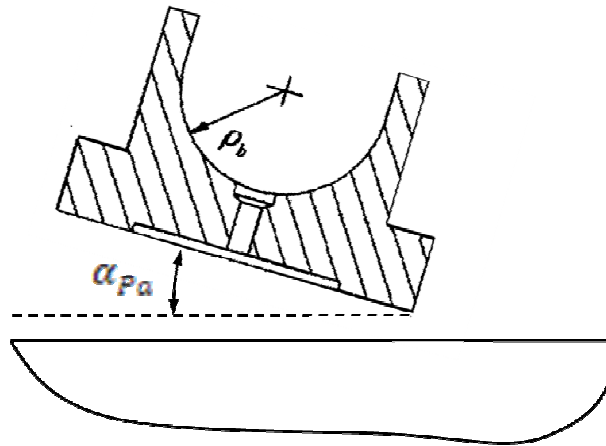


Figura 66 Angolo di inclinazione del piatto

Si intende verificare la capacità portante del carico al variare dell'altezza minima e dell'inclinazione del pattino; tale capacità portante è espressa dalla risultante della pressione sul pattino e in particolare dalla sua componente lungo l'asse z .

Tale forza sarà di seguito indicata con F_z ; risulta importante notare come il punto di applicazione di questa forza non è prevedibile a priori ed è funzione della posizione relativa tra pattino e piatto inclinato, ovvero dalla coppia di valori (h_1, α_{Pa}) .

La funzione del pattino *overclamped* è quella di permettere un sostentamento dello stesso, ovvero generare un carico idrodinamico tale da equilibrare, assieme al carico ottenuto idrostaticamente, un carico esterno agente sul pattino. Il carico esterno, indicato con $F_{ext,z}$ avrà di seguito solo una componente lungo l'asse z e avrà segno negativo, ovvero spinge il pattino contro il piatto inclinato.

Si considera inoltre un carico esterno con un punto di applicazione nell'origine del sistema di riferimento considerato.

Si ha quindi che il carico generato dal meato tra pattino e piatto inclinato dovrà essere uguale, in valore assoluto, al carico esterno e avere lo stesso punto di applicazione.

Se si indicano rispettivamente con M_x, M_y le coppie risultanti della distribuzione di pressione sul pattino, allora, in virtù dei vincoli appena introdotti sul carico esterno, si ha che

$$\begin{cases} F_z + F_{ext,z} = 0 \\ M_x = 0 \\ M_y = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Da un punto di vista fisico risulta particolarmente significativo parlare del punto di applicazione della risultante della pressione sul pattino piuttosto che della coppia risultante. Tale punto è identificato dalle coordinate x_{RIS} e y_{RIS} e ricordando la coordinata radiale introdotta

$$r_{RIS} = \sqrt{x_{RIS}^2 + y_{RIS}^2} \quad (4.11)$$

Risulta inoltre utile adimensionalizzare le quantità sopra esposta, per cui, definita come $F_{z,hs}$ la risultante agente sul pattino qualora la distribuzione sia quella idrostatica

$$\begin{aligned} F_z^* &= \frac{F_z}{F_{z,hs}} \\ F_{ext,z}^* &= \frac{F_{ext,z}}{F_{z,hs}} \\ r_{RIS}^* &= \frac{r_{RIS}}{r_{ext}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Si nota che $F_{ext,z}^*$ è l'inverso del coefficiente di bilanciamento (vedere equazione (4.1)).

La condizione di equilibrio del pattino, sopra esposta, si traduce in

$$\begin{aligned} \frac{F_z + F_{ext,z}}{F_{z,hs}} &= F_z^* - F_{ext,z}^* \\ r_{RIS}^* &= 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Dalla prima di queste due equazioni si ha che F_z^* deve essere uguale a $F_{ext,z}^*$ che come detto è pari all'inverso del coefficiente di bilanciamento.

La ricerca della condizione di equilibrio del pattino passa attraverso lo studio di queste due quantità al variare dei due unici gradi di libertà rimanenti (h_1, α_{Pa}) .

Si sceglie in particolare di variare l'altezza minima del meato h_1 tra 1 e $5 \mu m$, mentre l'inclinazione α_{Pa} tra 0° e $0,01^\circ$.

Si riportano di seguito i risultati in termini di F_z^* e x_{RIS}^* .

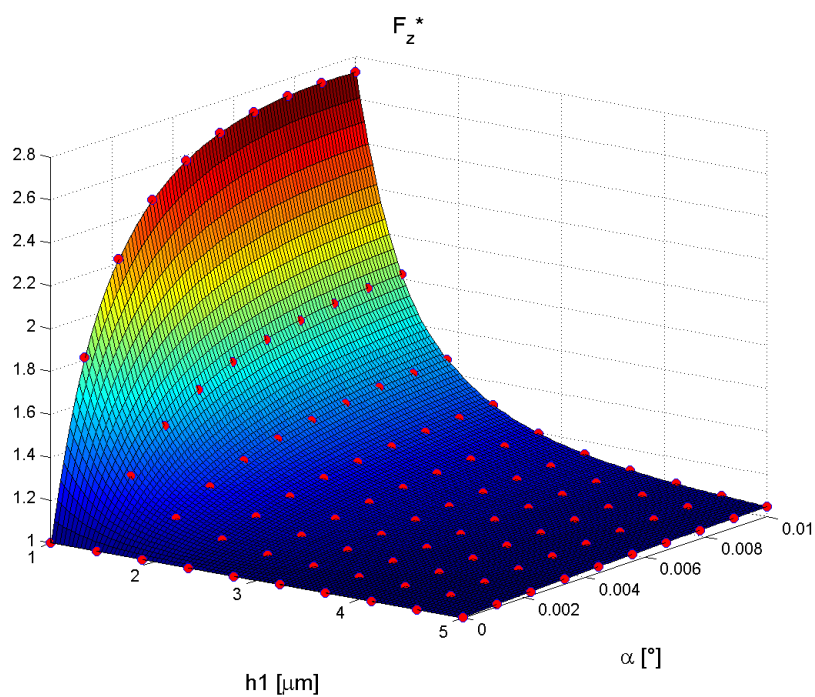


Figura 67 Mappa della risultante adimensionalizzata del campo di pressione al variare dell'altezza h_1 e dell'angolo alfa.

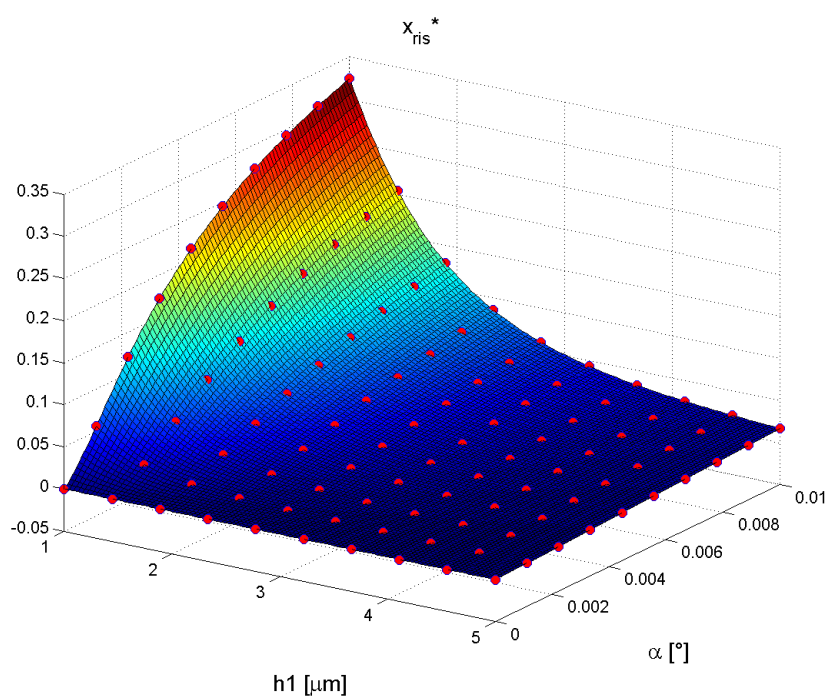


Figura 68 Mappa della coordinata adimensionalizzata x del punto di applicazione della forza, al variare dell'altezza h_1 e dell'angolo alfa.

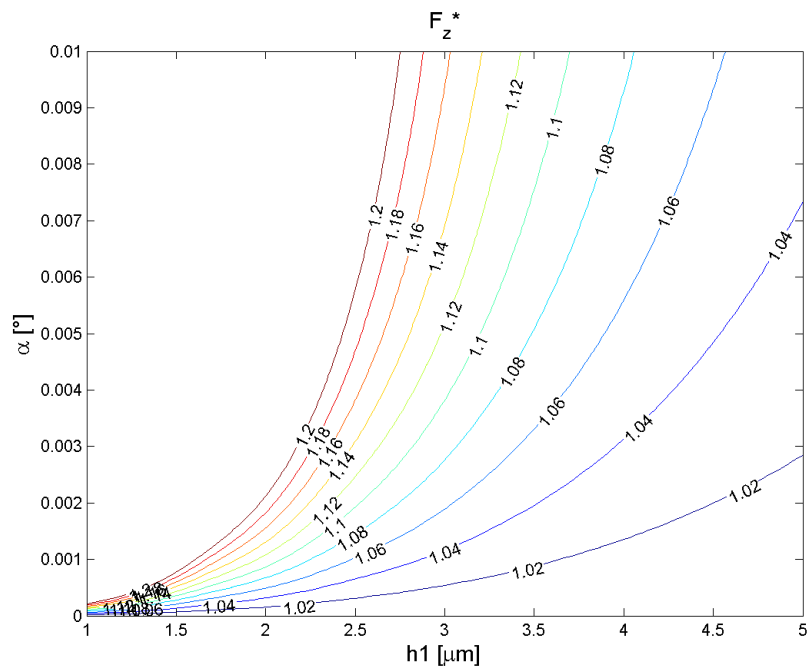


Figura 69 Curve isovalore della forza risultante al variare dell'angolo di inclinazione e dell'altezza del meato.

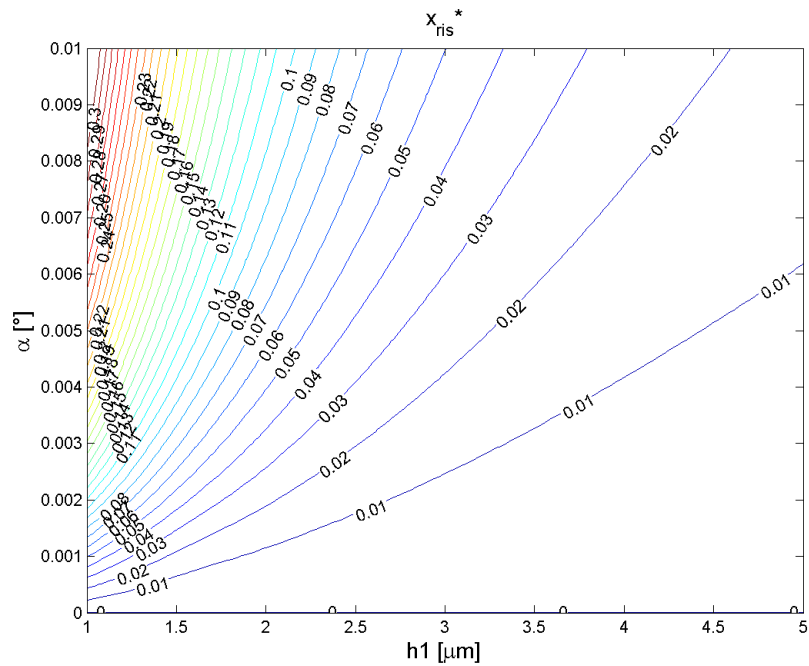


Figura 70 Curve isovalore della coordinata x del punto di applicazione della forza Fz al variare dell'angolo di inclinazione e dell'altezza del meato.

Si supponga ad esempio che il coefficiente di bilanciamento sia pari a 0,9 per cui $F_{ext,z}^* = 1/0,9 = 1,11$, per cui dalla Figura 69 si ha che tutte le configurazioni, in termini di coppia di valori (h_1, α_{Pa}) , sono rappresentate

dalla curva indicata da 1,1 (se si approssima 1,11 con 1,1); questo conferma che in caso di lubrificazione idrodinamica e di un pattino overclamped, la generazione di un carico idrodinamico è possibile solo in presenza di una inclinazione tale da determinare un meato convergente.

L'aspetto più importante risulta dall'osservazione delle curve di x_{RIS}^* ; si osserva infatti che le configurazioni tali da garantire che $x_{RIS}^* = 0$ hanno $\alpha_{Pa} = 0^\circ$, ovvero pattino parallelo al piatto con meato ad altezza costante.

Risulta chiaro che, all'interno delle ipotesi fatte, è impossibile determinare una configurazione di equilibrio per il pattino.

Da un punto di vista del modello questo comporta che, non essendo possibile raggiungere un corretto sostentamento del pattino, si arriverebbe al contatto diretto metallo-metallo tra pattino e piatto inclinato. Ciò, essendo in evidente contraddizione con l'esperienza pratica, porta a concludere che una o più delle ipotesi iniziali non è corretta o che quantomeno la sua assunzione "impoverisca" eccessivamente il modello, non permettendo che questo possa avere un comportamento realistico e rappresentativo del fenomeno in esame.

Tra le varie ipotesi, si identifica come la più debole l'assunzione di indeformabilità delle superfici. Nel prossimo capitolo si affronterà un'analisi del tutto analoga a quella sopra esposta, abbandonando tale ipotesi, collocandosi nel regime di lubrificazione elasto-idrodinamica.

4.2 Meato pattino-piatto inclinato : modello di lubrificazione elasto-idrodinamica

Ci si pone l'obiettivo di costruire un modello numerico per la risoluzione della lubrificazione in regime elasto-idrodinamico nel meato tra pattino e piatto inclinato.

La lubrificazione elasto-idrodinamica è caratterizzata dal fatto che le deformazioni elastiche dei corpi separati dal film di lubrificante non sono trascurabili. Tale effetto in particolare va valutato in quanto influente sulla lubrificazione stessa e sulla dinamica di generazione del campo di pressione all'interno del meato.

La funzione che definisce punto per punto l'altezza del meato si ottiene come somma del contributo dovuto allo spostamento del pattino e del contributo dovuto alla deformazione elastica.

Si definisce con h_E il campo di pressione dovuto alla deformazione elastica; in particolare questa altezza è funzione del campo di pressione che a sua volta è funzione delle coordinate (r, θ) , per cui

$$h_E = h_E(p(r, \theta)) \quad (4.14)$$

Ricordando che il termine dovuto al solo spostamento del pattino è stato definito come $h(r, \theta)$ e che definisce, nel caso di lubrificazione idrodinamica, interamente l'altezza del meato, si ha allora che l'altezza del meato nel caso di lubrificazione elasto-idrodinamica, indicata con h_{EHD} è così definita

$$h_{EHD} = h(r, \theta) + h_E(p(r, \theta)) \quad (4.15)$$

La deformazione elastica dei corpi separati dal film di olio lubrificante modificano in questo modo l'altezza del meato di lubrificazione e di conseguenza modificano il campo di pressione. D'altra parte il campo di pressione determina la deformata elastica dei corpi e a sua volta comporta una variazione dell'altezza del meato stesso.

Il problema in esame risulta quindi implicito in quanto in sostanza il campo di pressione è funzione dal campo che definisce la deformazione elastica, ma al contempo la deformata elastica è funzione del campo di pressione.

4.2.1 Algoritmo numerico

Come preannunciato, sia hanno due incognite, o meglio due funzioni incognite, quali la deformata elastica delle superfici che definiscono il meato e il campo di pressione nel meato stesso. La determinazione di queste due incognite comporta la risoluzione di altrettante equazioni, in particolare il campo di deformazione elastica dei corpi può essere ottenuto attraverso la risoluzione dell'equazione di Cauchy, mentre, come già visto in precedenza, il campo di pressione nel meato è determinato attraverso l'equazione di Reynolds.

Questi due problemi costituiscono un sistema di equazioni implicite in quanto l'altezza del meato, necessaria per risolvere l'equazione di Reynolds, è il risultato dell'equazione di Cauchy ma a sua volta quest'ultima necessita come input il campo di pressione nel meato, che è la soluzione dell'equazione di Reynolds.

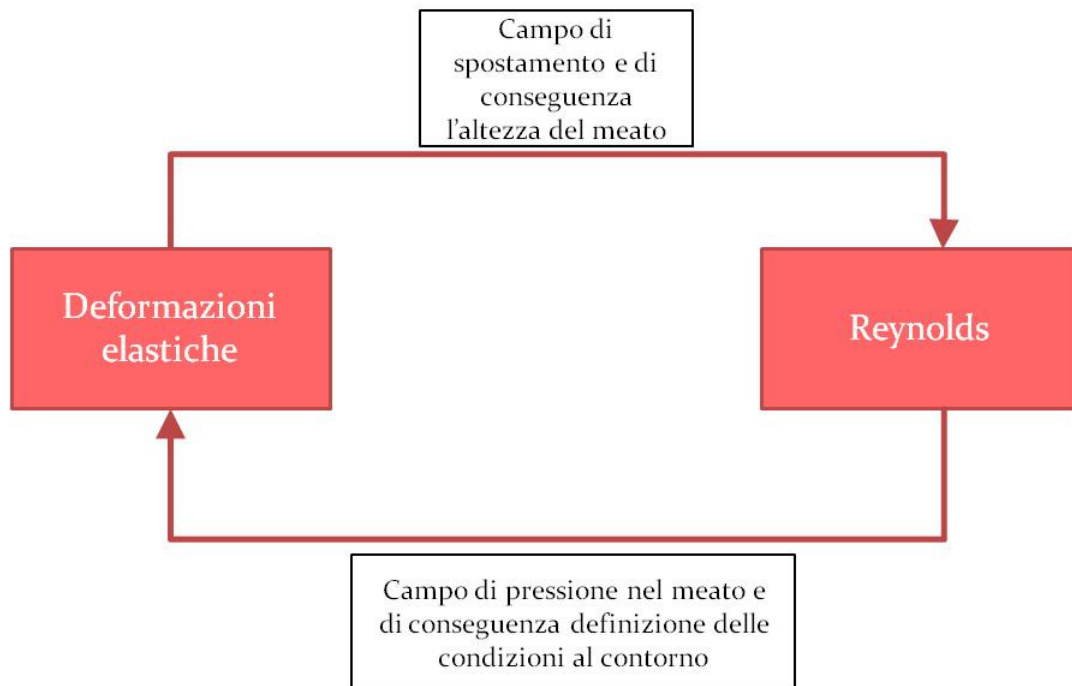


Figura 71 Schema a blocchi del legame tra generazione del campo di pressione e della deformazione delle superfici delimitanti il meato.

Questo aspetto complica notevolmente l'algoritmo risolutivo perché implica necessariamente l'adozione di un sistema iterativo di risoluzione delle due equazioni.

L'algoritmo consiste nel risolvere un'equazione per volta apportando una variazione o correzione nella variabile che costituisce l'input per la rimanente equazione e risolvendo infine quest'ultima. Questo non permette di raggiungere immediatamente la soluzione cercata: questo algoritmo permette di determinare la soluzione, raggiungendo la convergenza della stessa, attraverso un certo numero di iterazioni.

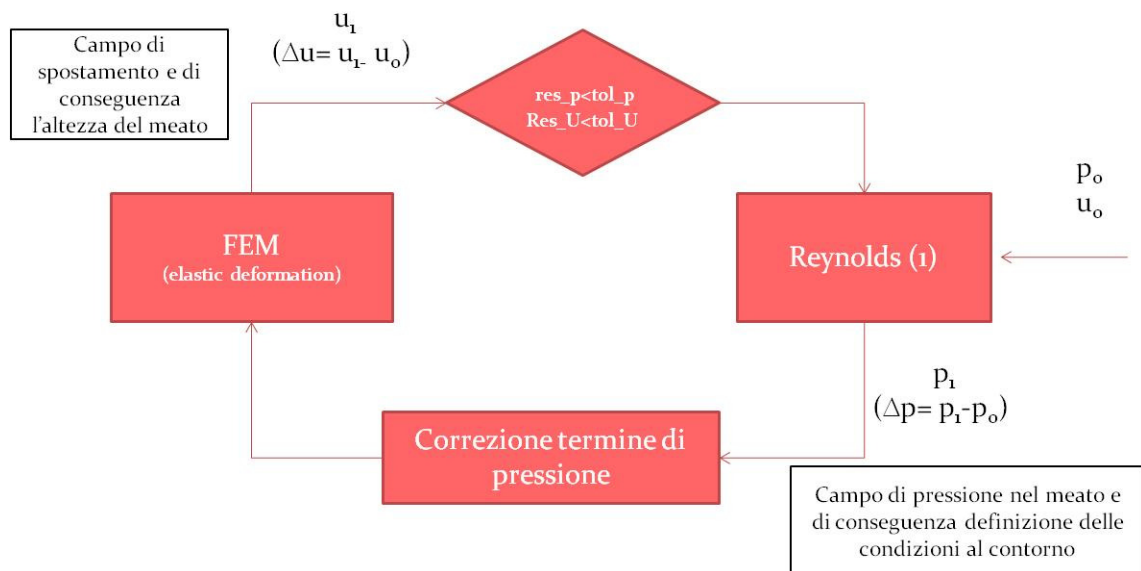


Figura 72 Schema a blocchi della procedura numerica iterativa per l'ottenimento del campo di pressione e delle deformazioni.

In Figura 72 è schematizzato l'algoritmo risolutivo; per semplicità si è indicato con p il campo di pressione nel meato e con u il campo di spostamento del pattino dato dalla sua deformazione elastica.

Inizialmente si parte con una soluzione di tentativo, indicata con p_0, u_0 , e si risolve l'equazione di Reynolds; si ricorda che dall'equazione (4.15) un campo di deformazione u definisce il termine h_E per cui per dato spostamento rigido del pattino (definito dal termine h) si è definito interamente il campo di altezza h_{EHD} .

L'equazione di Reynolds, o meglio la sua risoluzione, fornisce come risultato il “nuovo” campo di pressione all'interno del meato, indicato p_1 .

Questo permette di definire una “correzione” del campo di pressione inizialmente supposto per cui la quantità $\Delta p = p_1 - p_0$ rappresenta la correzione apportata al campo di pressione da questa prima iterazione sull'equazione di Reynolds.

A questo punto, noto il campo di pressione p_1 , è possibile risolvere, attraverso un metodo agli elementi finiti, l'equazione di Cauchy e determinare il “nuovo” campo di spostamenti u_1 ; questo costituisce una “correzione” del campo di spostamenti inizialmente supposto per cui la quantità $\Delta u = u_1 - u_0$ rappresenta la correzione apportata al campo di spostamenti dalla prima iterazione sull'equazione di Cauchy.

Fatto ciò si è completata un'iterazione dell'algoritmo per cui è necessario verificare se la convergenza è stata raggiunta e terminare l'algoritmo o in caso contrario procedere con una nuova iterazione del tutto analoga a quanto sopra esposto.

$$\begin{cases} err_p = \frac{\|p_1 - p_0\|}{\|p_1\|} < tol_p \\ err_u = \frac{\|u_1 - u_0\|}{\|u\|} < tol_u \end{cases} \quad (4.16)$$

La verifica del raggiungimento della convergenza consiste nella verifica che la correzione apportata alle due soluzioni sia sufficientemente piccola (vedere equazione (4.16)), ovvero che sia inferiore a una tolleranza inizialmente fissata (tipicamente la tolleranza è pari a 10^{-7}).

In realtà questo algoritmo non permette di raggiungere la convergenza in ogni condizione possibile; può accadere infatti che l'algoritmo diverga nel caso in cui l'effetto elasto-idrodinamico sia particolarmente importante. Questo si verifica qualora la deformata elastica del pattino ha un impatto considerevole sul campo di pressione, ovvero determina una grande variazione rispetto al caso puramente idrodinamico.

Questo accade quando l'altezza del meato è particolarmente ridotta. Nel caso di un pattino *overclamped* questo si verifica quando si ha un coefficiente di bilanciamento non particolarmente elevato (ad esempio 0.8 o inferiore) e una pressione nel cilindro elevata (ad esempio uguale o maggiore ai 300 bar).

Ciò necessita una variazione dell'algoritmo sopra introdotto, in quanto è fondamentale che questo permetta di raggiungere la convergenza in ogni condizione operativa e comunque in maniera automatica, cioè senza l'intervento dell'operatore.

Una soluzione possibile è quella di adottare un coefficiente di sotto-rilassamento relativo al solo aggiornamento del campo di spostamento.

In pratica si assume che la correzione effettiva del campo di spostamento sia solo una quota parte di quella calcolata in un'iterazione.

$$\Delta u' = \alpha_u \Delta u \quad (4.17)$$

Con $0 < \alpha_u < 1$.

Questo equivale a dire che si determina un nuovo campo di spostamento, indicato con u_2 così definito

$$u_2 = u_0 + \Delta u' = u_0 + \alpha_u \Delta u \quad (4.18)$$

E ricordando che $\Delta u = u_1 - u_0$, si ha

$$u_2 = u_0 + \alpha_u (u_1 - u_0) = u_0 (1 - \alpha_u) + \alpha_u u_1 \quad (4.19)$$

E quindi

$$u_2 = u_0 (1 - \alpha_u) + \alpha_u u_1 \quad (4.20)$$

È possibile considerare in prima battuta un coefficiente di sotto-rilassamento costante; nel caso in cui l'effetto elasto-idrodinamico sia importante è opportuno considerare $\alpha_u = 0.1$ o eventualmente anche inferiore; qualora si utilizzasse questo valore nel caso di minore effetto elasto-idrodinamico, si avrebbe una convergenza molto lunga, seppure

raggiungibile potenzialmente con un numero di iterazioni considerevolmente inferiore.

Si è deciso quindi di adottare una strategia automatica di scelta e correzione del suddetto coefficiente; tale strategia richiede di confrontare l'errore commesso sul campo di pressione all'iterazione corrente con l'errore commesso all'iterazione precedente.

Si definisce con $err_{p,k}$ l'errore commesso sulla pressione nell'iterazione corrente, mentre con $err_{p,k-1}$ l'errore commesso sulla pressione nell'iterazione precedente.

In ogni iterazione sarà determinato un nuovo coefficiente di sottorilassamento caratteristico di quella iterazione, per cui si indica con $\alpha_{u,k}$ il coefficiente di sottorilassamento dello spostamento nell'iterazione corrente, mentre con $\alpha_{u,k-1}$ il coefficiente di sottorilassamento dello spostamento adottato nell'iterazione precedente.

La scelta e correzione del coefficiente di sotto-rilassamento si articola in questo modo:

1. Si assume un valore iniziale di tentativo pari a 0.1
2. Al termine di ogni iterazione, ma prima della correzione del campo di spostamento, si verifica se

a. $err_{p,k} > err_{p,k-1}$

allora si assume

$$\alpha_{u,k} = \alpha_{u,k-1} \cdot 0.7$$

b. $err_{p,k} < err_{p,k-1}$

E se questo si è verificato nelle ultime cinque iterazioni, allora

$$\alpha_{u,k} = \alpha_{u,k-1} \cdot 1.2$$

Limitando superiormente il coefficiente a un valore inizialmente prestabilito e scelto tipicamente pari a 0.4

Altrimenti

$$\alpha_{u,k} = \alpha_{u,k-1}$$

3. Si corregge il campo di spostamento con il coefficiente di sotto-rilassamento appena determinato e ricordando l'equazione (4.20) si ha

$$u_2 = u_1(1 - \alpha_{u,k}) + \alpha_{u,k}u_2$$

Questa strategia di controllo del coefficiente di sotto-rilassamento permette di assumere valori sufficientemente piccoli qualora l'effetto elastoidrodinamico sia importante e di conseguenza quando la correzione del campo di spostamento debba essere contenuta e sotto controllo, garantendo comunque il raggiungimento della convergenza; va sottolineato che tale strategia permette allo stesso tempo di procedere con coefficienti di sotto rilassamento sufficientemente elevati nel caso di ridotto effetto elastoidrodinamico, riducendo enormemente il numero di iterazioni e di conseguenza il tempo di calcolo.

4.2.2 Modello numerico

Il modello così impostato è costituito da due moduli che hanno la funzione di determinare il campo di pressione e il campo di spostamento dovuto alla deformazione elastica.

Da un punto di vista generale il campo di pressione determina una deformazione elastica di entrambi i corpi ovvero pattino e piatto inclinato; tipicamente il piatto inclinato è realizzato in acciaio mentre il pattino in una lega di bronzo. Ciò fa sì che si possa considerare trascurabile la deformazione del piatto inclinato rispetto a quella del pattino.

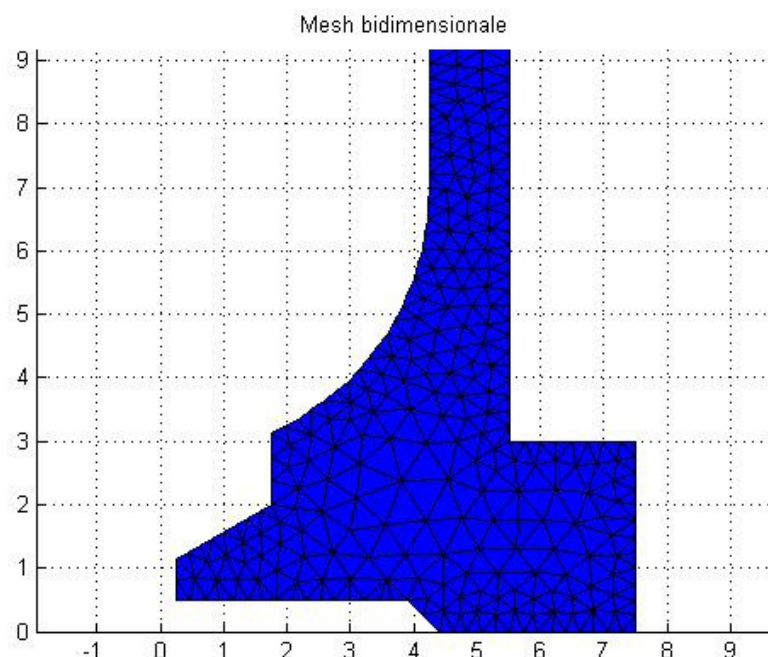


Figura 73 Mesh bidimensionale della sezione del pattino.

Il campo di pressione all'interno del meato sarà risolto così come presentato nella sezione precedente, mentre il campo di spostamento viene risolto attraverso GETFEM una libreria open source per la risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali attraverso il metodo degli elementi finiti. In particolare le condizioni al contorno sul pattino consistono in un incastro in x, y, z dei nodi posizionati sulla superficie sferica del pattino, che costituisce anche l'interfaccia tra pattino e pistone; il caricamento sul pattino consiste solo nel campo di pressione nel meato e una pressione costante nel pozzetto.

Le mesh tridimensionale del pattino è ottenuta in due passi: si ottiene la mesh bidimensionale (vedere Figura 73) della sezione del pattino, essendo questo un solido di rivoluzione; di seguito si ottiene la mesh tridimensionale ruotando, con un passo angolare predefinito la mesh bidimensionale (vedere Figura 74).

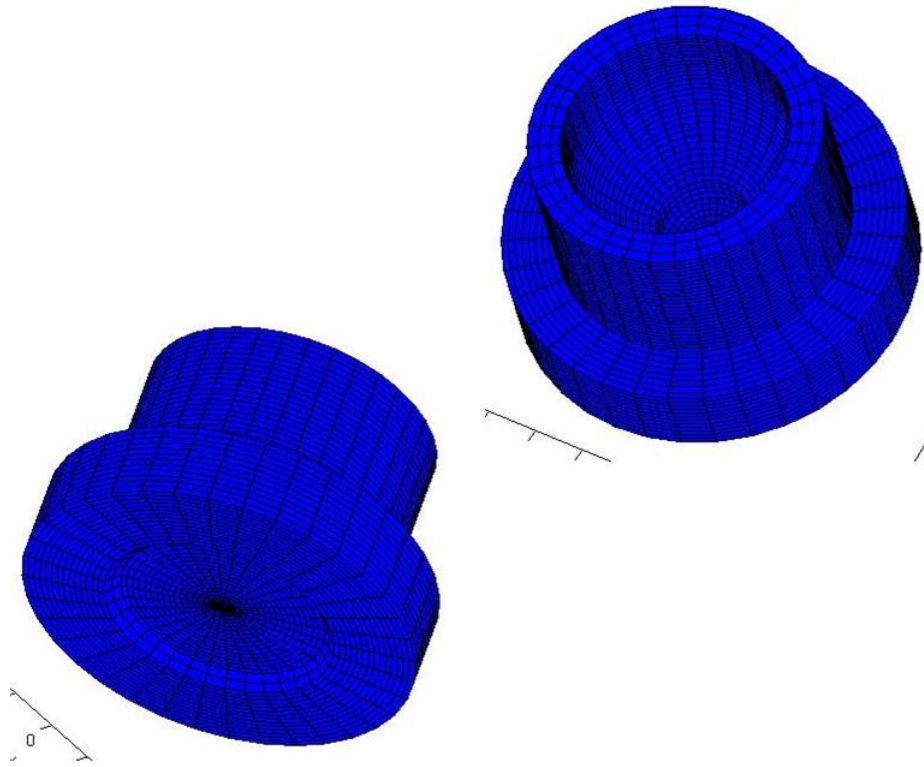


Figura 74 Mesh tridimensionale del pattino.

4.2.3 Risultati

Si procede ora con l'analisi della capacità di sostentamento del pattino così come effettuata nel caso puramente idrodinamico. Si impone la posizione del pattino attraverso l'altezza h_1 e α_{Pa} la rotazione attorno all'asse y.

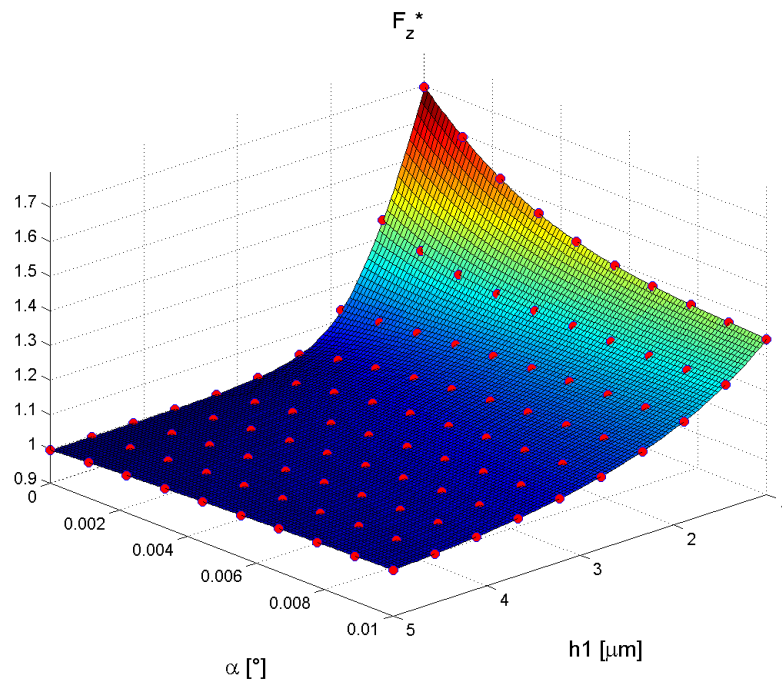


Figura 75 Mappa della risultante adimensionalizzata del campo di pressione al variare dell'altezza $h1$ e dell'angolo α .

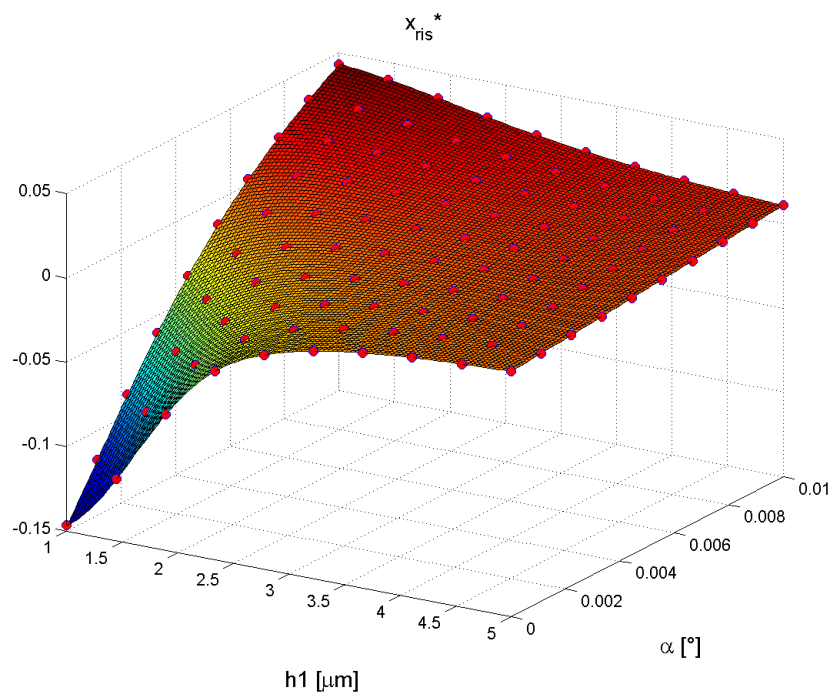


Figura 76 Mappa della coordinata x adimensionalizzata del punto di applicazione della risultante F_z al variare dell'altezza $h1$ e dell'angolo α .

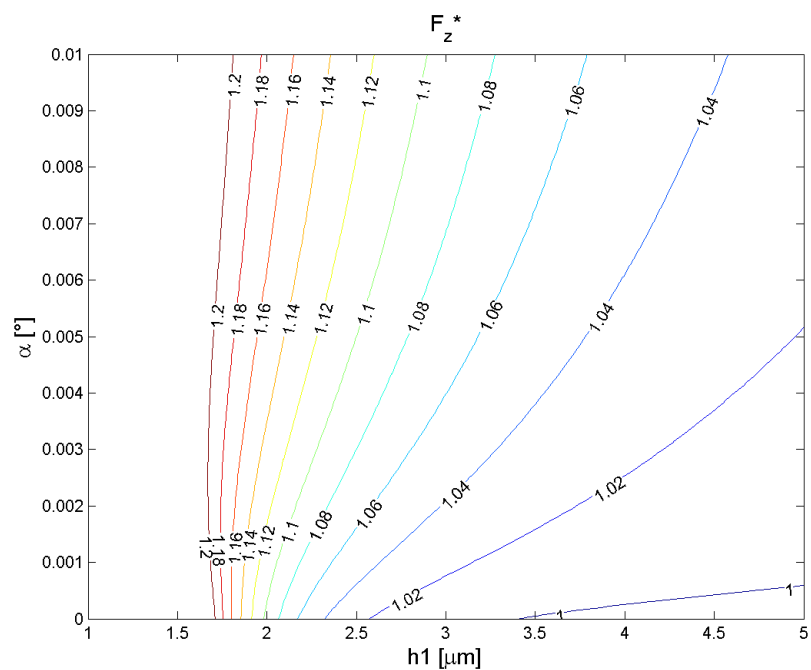


Figura 77 Curve isovalore della risultante adimensionalizzata del campo di pressione al variare dell'altezza h_1 e dell'angolo α .

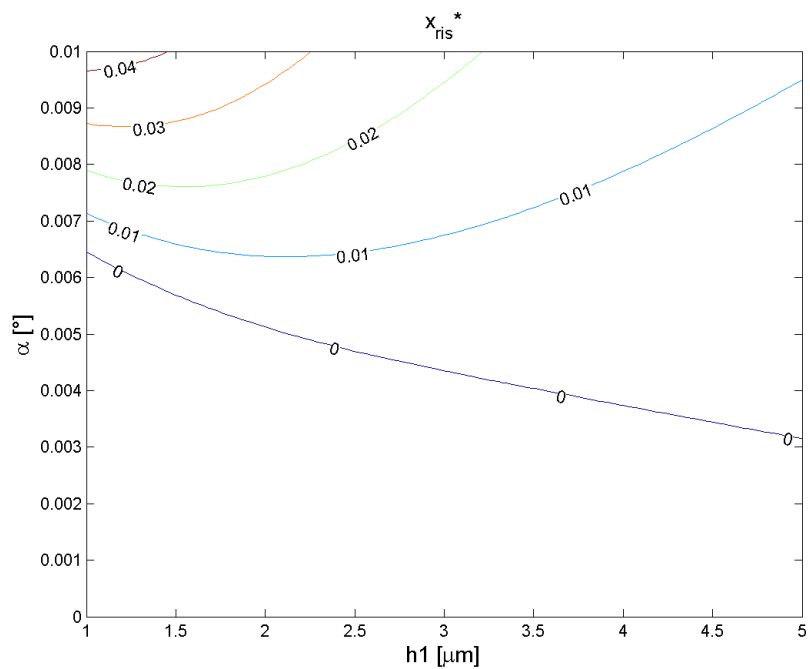


Figura 78 Curve isovalore della coordinata x adimensionalizzata della risultante F_z al variare dell'altezza h_1 e dell'angolo α .

Dall'analisi di F_z^* si può notare come i valori massimi riportati siano inferiori rispetto al caso idrodinamico (vedere Figura 79).

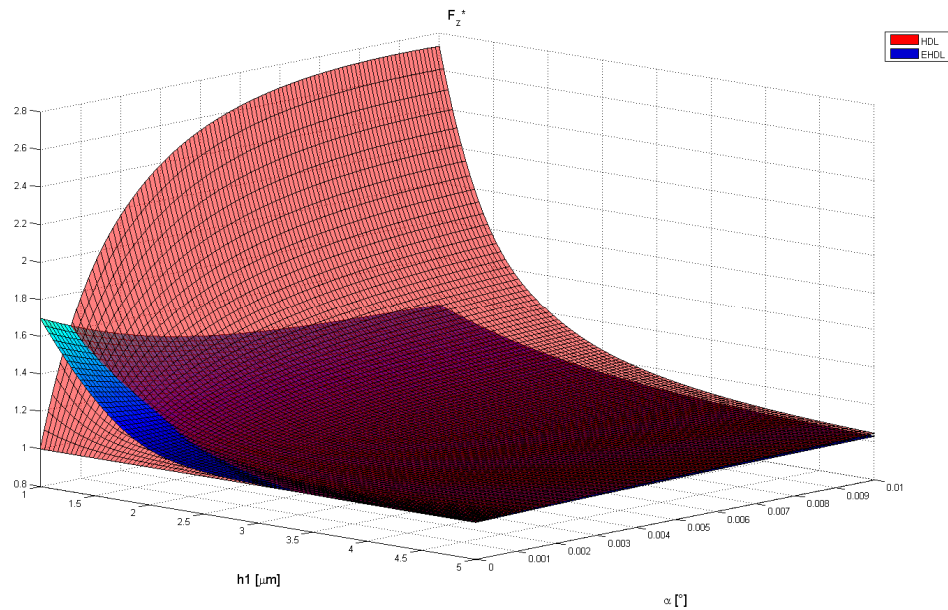


Figura 79 – Confronto della capacità portante tra il caso di lubrificazione idrodinamica (in rosso) ed elasto-idrodinamica (in blu)

Dall'analisi di x_{RIS}^* invece si nota come sia possibile avere coppie nulle sul pattino anche nel caso di inclinazione non nulla dello stesso. Questo nuovo elemento spiega parte della sostanziale differenza di comportamento tra lubrificazione idrodinamica e elasto-idrodinamica; ciò è maggiormente visibile dall'analisi del punto, o meglio configurazione, di equilibrio del pattino. Ricordando che si ha l'equilibrio per $x_{RIS}^* = 0$ e $F_z^* = 1.1$, allora il punto di equilibrio può essere determinato graficamente attraverso la sovrapposizione dei due grafici riportati in Figura 77 e Figura 78, ovvero le curve isovalore di x_{RIS}^* e F_z^* . Il punto di equilibrio si troverà all'intersezione della curva isovalore $F_z^* = 1.1$ e la curva isovalore di $x_{RIS}^* = 0$ (vedere Figura 80).

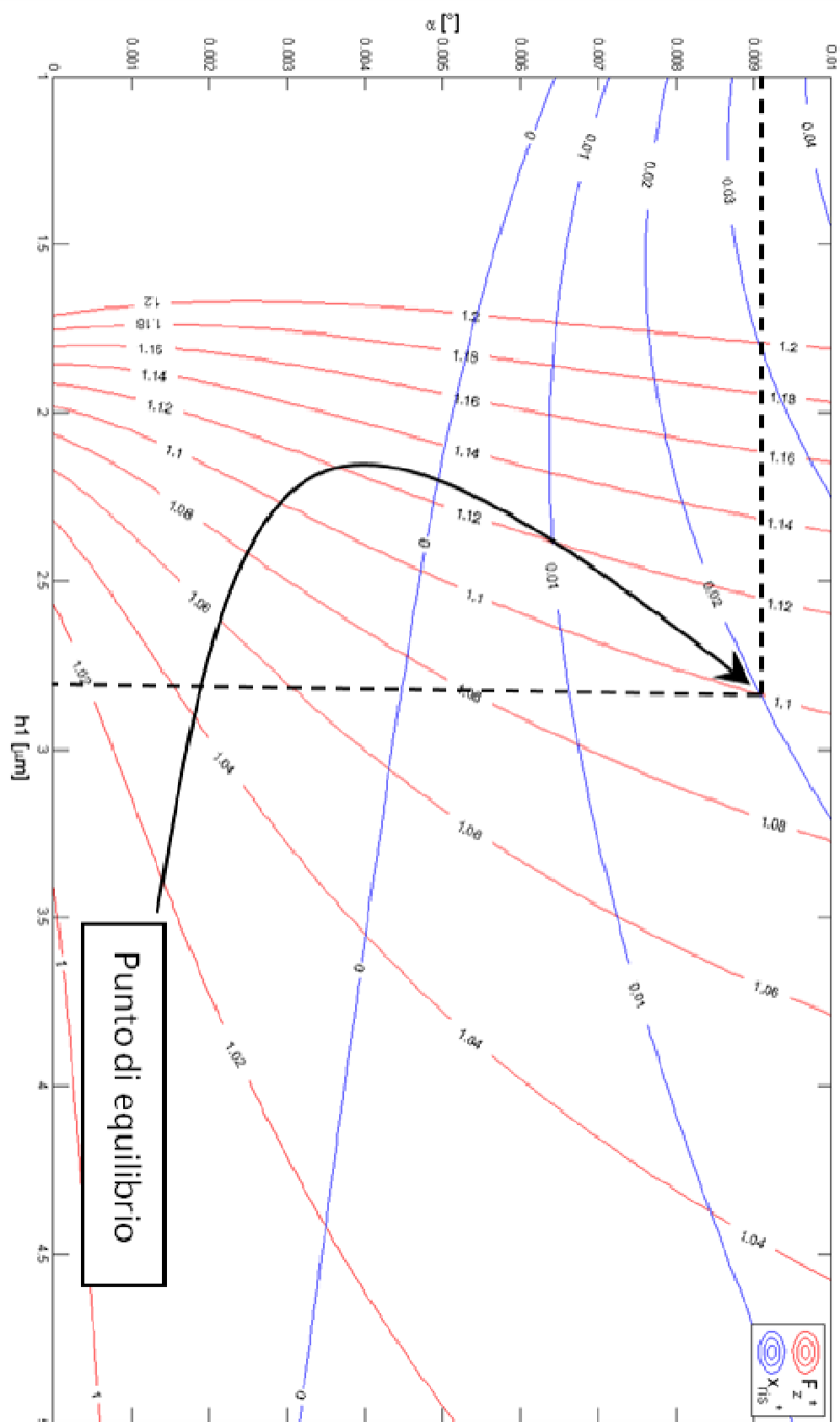


Figura 80 Curve isovalore della risultante F_z e della coordinata x del punto di applicazione della forza nel caso elasto-idrodinamico.

Il punto di equilibrio è dato dalla configurazione con $h_1 = 2.8 \mu m$, $\alpha = 0.009^\circ$.

Come preannunciato l'assunzione della lubrificazione in regime elasto-idrodinamico permette ora di determinare la configurazione di equilibrio, cosa che nel caso idrodinamico non era possibile ottenere.

Si è quindi messo in luce una sostanziale differenza di comportamento tra questi due regimi di lubrificazione. Il modello fin qui presentato, sebbene costituisca solo uno dei meati della macchina in esame e sebbene inoltre sia basato su delle ipotesi, quali di meato isoterma, che ne imitano il campo di azione, costituisce un importante primo passo per la modellazione della lubrificazione nei meati delle macchine a pistoni assiali.

Un modello complesso come quello qui presentato richiede inoltre una taratura e validazione sperimentale che permetta di stabilire il grado di fiducia che l'utente possiede nei confronti di uno strumento del genere, al fine di valutare i risultati da esso ottenuti nella giusta ottica e prospettiva.

5 Conclusioni

In questa tesi di dottorato si è presentato il lavoro di ricerca sulle macchine a pistoncini assiali. Si sono presentati due approcci differenti, l'analisi zero dimensionale e lo studio della lubrificazione nei meati di trafilamento.

L'analisi zero dimensionale, e il relativo modello, permettono di studiare il transitorio di pressione all'interno della camera del pistoncino. È possibile vedere e considerare l'effetto dei vari parametri geometrici nonché operativi sul suddetto transitorio, stabilendone il peso relativo e arrivando a trarre utili e importanti considerazioni da un punto di vista non solo qualitativo ma anche quantitativo. Lo strumento così realizzato permette di analizzare il comportamento di differenti tipi di piattini di distribuzione ottenendone quindi un'ottimizzazione rivolta al controllo e riduzione dei fenomeni dinamici, quali picchi di pressione ed eventualmente cavitazione, alla riduzione della sorgente del rumore sia in termini di pressioni e flow ripple (fluid borne noise) che in termini di riduzione dell'oscillazione della coppia sul piatto (structure borne noise).

In un secondo momento si è introdotto l'approccio per la modellizzazione dei meati di lubrificazione. Si è presentato un primo modello di lubrificazione idrodinamica nel meato tra pattino e piatto inclinato. I risultati riportati, hanno messo in luce come un modello di lubrificazione idrodinamica non sia in grado di spiegare il sostentamento del pattino in ogni condizione operativa. Il modello è stato evoluto, abbandonando una delle ipotesi adottate, ovvero l'indeformabilità delle superfici metalliche.

Il modello di lubrificazione elasto-idrodinamica ha messo in evidenza una sostanziale differenza di comportamento rispetto al caso puramente idrodinamico, arrivando a giustificare il sostentamento in ogni condizione operativa considerata.

L'approccio qui esposto è stato applicato solo al meato tra pattino e pistoncino, tuttavia il presente lavoro costituisce solo un primo passo all'interno di un'attività che ha come scopo la realizzazione di un modello completo della macchina in esame, al fine di avere uno strumento capace di valutare, anche in maniera predittiva, il rendimento meccanico e volumetrico.

Sebbene il fine ultimo sia quello di realizzare il modello completo della macchina, si nota come sia allo stesso tempo indispensabile curare nel dettaglio il modello del singolo meato al fine di rendere tutti i fenomeni fisici che ne caratterizzano il comportamento.

Bibliografia

- [1] **Ivantysynova, M.** (1999), Ways for Efficiency Improvements of Modern Displacement Machines, *Proc. of the 6th Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP '99, Tampere, Finland.*
- [2] **Ivantysynova, M.** (1999), A New Approach to the Design of Sealing and Bearing Gaps of Displacement Machines, *Proc. of the 4th International Symposium, Tokio, Japan.*
- [3] **Wieczorek, U.; Ivantysynova, M.** (2000), CASPAR - A Computer Aided Design Tool for Axial Piston Machines, *Proc. of Bath Workshop on Power Transmission and Motion Control PTMC, Bath, UK, pp. 113-126.*
- [4] **Wieczorek, U.** (2000), Simulation of the Gap Flow In the Sealing and Bearing Gaps of Axial Piston Machines., *Proc. of 1st FPNI-PhD Symposium, Hamburg, Germany, pp. 493-507, 2000.*
- [5] **Lasaar, R.** (2000), The Influence of Microscopic and Macroscopic Gap Geometry on the Energy Dissipation in the Lubricating Gaps of Displacement Machines, *Proc. of 1st FPNI-PhD Symposium, Hamburg, Germany, pp.101-116.*
- [6] **Lasaar, R.; Ivantysynova, M.** (2001), Gap geometry Variations in Displacement Machines and their Effect on the Energy Dissipation, *Proc. of 5th International Conference on Fluid Power Transmission and Control ICFP'2001, Hangzhou, China, pp. 296 – 301.*
- [7] **Wieczorek, U.; Ivantysynova, M.** (2002), Computer Aided Optimization of Bearing and Sealing Gaps in Hydrostatic Machines – The Simulation Tool CASPAR., *International Journal of Fluid Power, Vol. 3, No. 1, pp. 7-20.*
- [8] **Ivantysynova, M.; Huang, Ch.** (2002), Investigation of the Gap Flow in Displacement Machines Considering the Elasto-Hydrodynamic Effect., *Proc. 5th JFPSI International Symposium on Fluid Power, Nara, Japan. pp. 219-229.*
- [9] **Ivantysynova, M.; Lasaar, R.** (2004), An Investigation into Micro and Macro Geometric Design of Piston/Cylinder Assembly of Swash Plate Machines, *International Journal of Fluid Power, Vol. 5, No.1, pp. 23 – 36.*
- [10] **Ivantysynova, M.; Huang, Ch.; Behr, R.** (2005), Measurements of Elasto-Hydrodynamic Pressure Field in the Gap Between Piston and Cylinder, *Proc. Bath Workshop on Power Transmission and Motion Control PTMC 2005, Bath, UK, pp. 451 – 465.*
- [11] **Ivantysynova, M.; Huang Ch.** (2005), Thermal Analysis in Axial Piston Machines using CASPAR, *Proc. of the Sixth International Conference on Fluid Power Transmission and Control, Hangzhou, China, pp. 573-578.*
- [12] **Huang, Ch.; Ivantysynova, M.** (2006), An Advanced Gap Flow Model Considering Piston Micro Motion and Elasto-Hydrodynamic Effects., *Proc. 4th FPNI PhD Symposium, Sarasota, Fl, USA, pp. 181-196.*
- [13] **Murrenhoff, H; Scharf, St.** (2005), Measurements of friction forces between piston and bushing of an axial piston displacement unit, *International Journal of Fluid Power, Vol. 6, No.1, pp. 7-17.*
- [14] **Murrenhoff, H; Scharf, St.** (2006), Wear and Friction of ZRCG- Coated Pistons of Axial Piston Pumps, *International Journal of Fluid Power, Vol. 7, No.3, pp. 13-.*
- [15] **Wohlers, A.; Murrenhoff, H.** (2007), Tribological Simulation of a Hydrostatic Swash Plate Bearing in an Axial Piston Pump., *Bath Workshop on Power Transmission and Motion Control, PTMC 2007, Bath UK, pp. 129-141.*

- [16] **Hooke, C.J.; Kakoullis, Y.P.** (1983), The Effect of Non-Flatness on the Performance of Slippers in Axial Piston Pumps, *Proc. Inst. Mech. Engrs*, 197 C, pp. 239-247.
- [17] **Manring, N.D.; Johnson, R.E.; Cherukuri, H.P.** (2002), The Impact of Linear Deformation on Stationary Hydrostatic Thrust Bearing, *ASME J. of Tribol.*, Vol.124, pp.874 – 877.
- [18] **Yamaguchi, A.; Tanioka, Y.** (1976), Motion of piston in piston-type hydraulic machines, 1st Report, Theoretical Analysis, *Bullettin of JSME*, Vol. 19, No 130, p. 402.
- [19] **Yamaguchi, A.; Tanioka, Y.** (1976), Motion of pistons in piston-type hydraulic machines, 2nd Report, Experiment, *Bullettin of JSME*, Vol. 19, No 130, p. 408.
- [20] **Yamaguchi, A.** (1976), Motion of pistons in piston-type hydraulic machines, 3rd Report, Exponential Function Type Piston, *Bullettin of JSME*, Vol. 19, No 130, p. 413.
- [21] **Yamaguchi, A.**, (1990), Motion of the piston in piston pumps and motors: the case of metallic contact, *Bullettin of JSME, Series III*, Vol. 33, No 4, p. 627.
- [22] **Borghi, M.; Specchia, E.; Zardin, B.** (2009), Numerical Analysis of the Dynamic Behaviour of Axial Piston Pumps and Motors Slipper Bearings, *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems Vol 2 (1)*, pp. 1285 – 1302. ISSN 1946-3995.
- [23] **Tanaka, K.; Nakahara, T.; Kyogoku, K.** (2001), Experimental Verification of Oil Whirl of Piston in Axial Piston Pump and Motor, *Bullettin of JSME, Series C*, Vo.44, No.1.
- [24] **Tanaka, K.; Nakahara, T.; Kyogoku, K.** (2003), Half Frequency Whirl of Pistons in Axial Piston Pumps and Motors Under Mixed Lubrication, *Proc. Instn, Mech. Engrs. 2003, Journal of Engineering Tribology*, Vol 217 Part J.